

SISTEM KONTROL ANALOG ANALISIS SISTEM NON-LINEAR

Al Daffa Arva Widangsa¹, Eko Handoyo²
aldaffaaw09@gmail.com¹, eko.handoyo@elektro.undip.ac.id²
Universitas Diponegoro

ABSTRAK

Makalah ini membahas tentang sistem non-linear, yang merupakan bagian dari dunia nyata di mana hubungan antara variabel-variabel tidak dapat dijelaskan dengan persamaan linear. Sistem non-linear mendominasi berbagai fenomena alam dan rekayasa, sehingga pemahaman mengenai sistem ini sangat penting. Tujuan utama dari makalah ini adalah untuk memberikan penjelasan mendalam mengenai karakteristik, pemodelan, dan analisis kestabilan sistem non-linear. Dalam makalah ini, dibahas beberapa metode untuk menganalisis sistem non-linear, termasuk metode linearisasi, fungsi Lyapunov, dan metode numerik. Selain itu, pemodelan sistem non-linear menggunakan pendekatan jaringan saraf (Neural Networks) juga diperkenalkan sebagai teknik untuk memprediksi perilaku sistem dengan input-output yang kompleks. Studi ini diakhiri dengan kesimpulan bahwa meskipun analisis sistem non-linear penuh dengan tantangan, perkembangan teknologi komputasi dan metode numerik membantu memperdalam pemahaman dan aplikasinya di berbagai bidang. Penelitian lebih lanjut diperlukan untuk terus mengeksplorasi dan mengembangkan analisis sistem non-linear dalam dunia ilmiah dan industri.

Kata Kunci: sistem non-linear, linearisasi, kestabilan, neural networks, analisis numerik.

PENDAHULUAN

Sistem merupakan pendekatan yang bersifat percobaan untuk memodelkan suatu proses atau plant dari parameter yang tidak diketahui, yang terdiri dari beberapa komponen yang digabungkan menjadi satu untuk mencapai tujuan tertentu. Dengan kata lain sistem didefinisikan juga sebagai desain alat atau algoritma yang beroperasi pada sinyal (waktu) yang dinamakan masukan (input) atau eksitasi, menurut beberapa aturan yang terdefinisi dengan baik/jelas (biasanya berbentuk persamaan matematis), untuk menghasilkan sinyal (waktu) yang dinamakan keluaran (output) atau respon sistem. Dalam alam semesta, sistem terbagi menjadi dua bagian yaitu sistem linear dan sistem non-linear, yang mana sistem linear merupakan sistem yang sifatnya memiliki ketetapan atau dapat dikatakan fixed. Sedangkan sistem non-linear merupakan sistem yang sifatnya tidak tetap, mudah berubah, sulit dikontrol, dan sulit diprediksi. Pada alam semesta sekitar lebih dari 80% kejadian dan fenomena yang terjadi di alam semesta ini merupakan sistem non-linear sehingga pada makalah kali, penulis akan membahas mengenai sistem non-linear.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penulisan makalah ini adalah metode Studi Literatur, Metode ini mencakup pengumpulan data dengan cara dan membaca sumber – sumber tertulis, seperti buku, jurnal ilmiah, dan dokumen. Tujuan utama menggunakan metode studi literatur ini ialah mencari informasi yang relevan dengan masalah yang akan diteliti. Penulis akan membaca dan mencatat sumber – sumber tertulis, mengelola bahan penelitian, dan meninjau secara kritis pengetahuan dan gagasan dalam literatur.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Sistem Non-Linear

Sistem non-linear merangkum berbagai situasi dalam dunia nyata di mana hubungan antara variabel-variabel tidak dapat dijelaskan dengan persamaan linear. Fenomena ini

terjadi di berbagai bidang, termasuk fisika, biologi, ekonomi, dan rekayasa. Analisis sistem non-linear memerlukan pendekatan khusus karena solusi analitis seringkali sulit atau bahkan tidak mungkin ditemukan. Oleh karena itu, makalah ini akan membahas konsep dasar analisis sistem non-linear, metode pendekatan, serta aplikasi dan implikasinya dalam berbagai konteks. Secara umum, kondisi persamaan input-output untuk sistem non-linear dapat dirumuskan dengan menggunakan persamaan diferensial non-linear. Sebuah sistem non-linear dapat diwakili oleh persamaan diferensial yang melibatkan fungsi-fungsi non-linear dari variabel-variabel tertentu. Umumnya, persamaan input-output untuk sistem non-linear dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan diferensial non-linear berorde lebih tinggi atau dalam bentuk persamaan integral.

Misalnya, sebuah sistem dinamika non-linear kontinu dapat dijelaskan oleh persamaan diferensial non-linear umum seperti berikut:

$$\frac{dx}{dy} = f(x, u)$$

di mana:

x adalah vektor variabel keadaan (state),

u adalah vektor input,

t adalah waktu,

f adalah fungsi non-linear yang menggambarkan hubungan antara x dan u

Persamaan ini mewakili laju perubahan dari variabel keadaan x seiring waktu, yang dikendalikan oleh fungsi non-linear f yang bergantung pada x dan u .

Dalam hal ini, solusi persamaan ini dapat ditemukan menggunakan metode numerik atau teknik analisis matematika tergantung pada kompleksitas sistem. Selain itu, untuk sistem diskrit, persamaan perbedaan non-linear mungkin juga digunakan. Secara umum, persamaan input-output untuk sistem non-linear akan mencerminkan kompleksitas hubungan antara input dan output, dan solusinya mungkin melibatkan teknik-teknik analisis khusus seperti simulasi numerik atau metode iteratif.

Penting untuk dicatat bahwa rumusan persamaan input-output dapat sangat bervariasi tergantung pada jenis sistem non-linear, strukturnya, dan jenis persamaan yang digunakan untuk mewakili dinamika sistem tersebut. Oleh karena itu, formulasi ini dapat bervariasi sesuai dengan konteks dan karakteristik khusus dari sistem non-linear yang sedang dihadapi. Secara spesifik juga kondisi persamaan input-output untuk sistem non-linear dapat dirumuskan dengan menggunakan persamaan diferensial non-linear dapat ditulis sebagai berikut.

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t)]$$

$$y(t) = g[x(t), u(t)]$$

Sebagai contoh, berikut persamaan Lorentz chaotic system:

$$\dot{x}_1(t) = -10x_1(t) + 10x_2(t) + u(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = 28x_1(t) - x_2(t) + x_1(t)x_3(t)$$

$$\dot{x}_3(t) = x_1(t)x_2(t) - \frac{8}{3}x_3(t)$$

Perhatikan bahwa persamaan diatas tidak memenuhi konsep superposisi dan homogenitas. Konsep Superposisi dirumuskan dengan,

$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

dam konsep homogenitas dirumuskan dengan,

$$F(ax) = af(x)$$

Kedua konsep ini biasanya diabungkan menjadi suatu konsep baru yang disebut superposisi yang dirumuskan dengan,

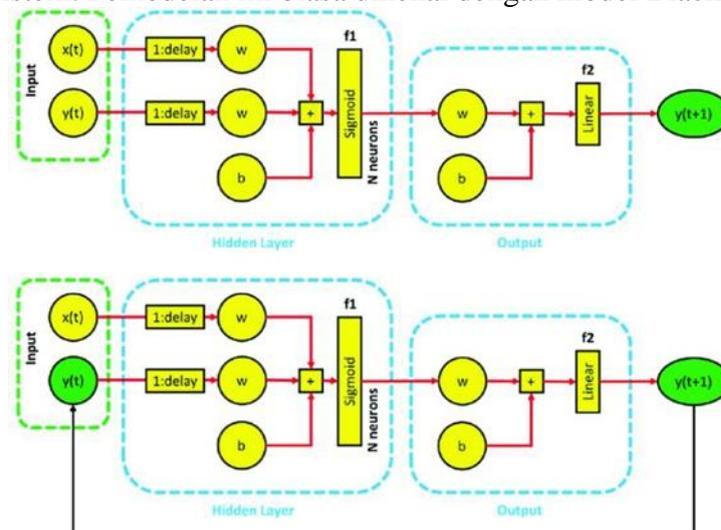
$$f(ax + by) = af(x) + bf(y)$$

dimana,

$$f(x) = C$$

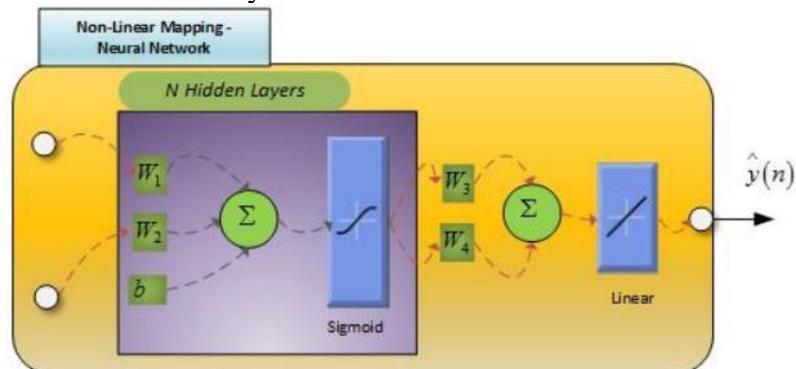
2. Pemodelan Sistem Non-Linear

Untuk Memodelkan Sistem Non-Linear ada beberapa cara, salah satunya adalah Neural Network. Pemodelan dengan Neural Network adalah memodelkan sistem berdasarkan informasi I/O, Data yang terobservasi tanpa informasi yang mendetail mengenai struktur sistem. Pemodelan ini biasa dikenal dengan model Black-box.



Gambar 1. Arsitektur Series-Paralle Model NARX

NARX adalah sebuah generalisasi dari Autoregressive Exogenous (ARX), yang mana teknik standar untuk identifikasi sistem Black-box. Model NARX dapat digunakan untuk memodelkan berbagai macam sistem dinamis nonlinier. Model ini Auto-Regressive karena outputnya adalah regresi dari nilai sebelumnya. Jika fungsi pemetaan yang memprediksi tidak linier, model tersebut disebut NARX. Pemetaan non-linier dapat berupa Neural Network, Proses Gaussian atau lainnya.



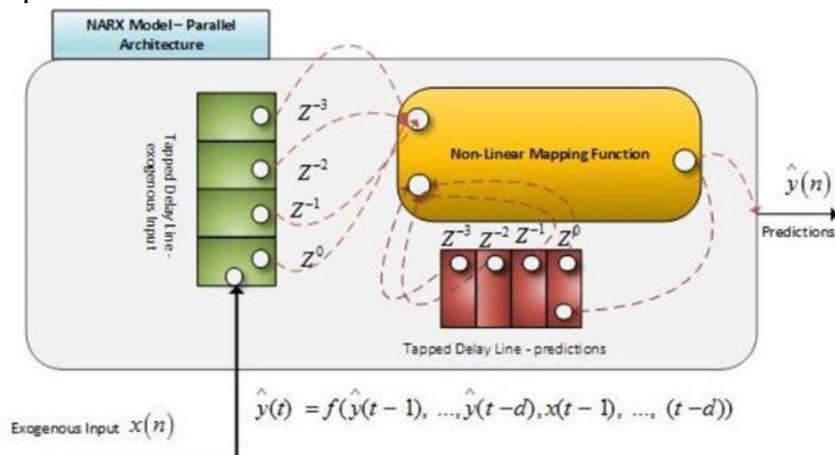
Gambar 2. Fungsi Pemetaan Non-Linear

Fungsi pemetaan nonlinier ditulis sebagai kombinasi linier dari fungsi basis yang diketahui, menyederhanakan masalah identifikasi menjadi regresi linier. Inilah salah satu alasan mengapa model NARX sangat populer dan telah berhasil diterapkan pada banyak masalah industri.

Untuk sistem statis, keluaran pada langkah waktu diskrit hanya bergantung pada masukan pada saat yang sama. Jaringan statis dapat diterapkan untuk pemodelan sistem statis nonlinier. Dalam sistem dinamis, output pada waktu tertentu tidak hanya bergantung pada input saat ini tetapi juga pada perilaku sistem sebelumnya. Sistem dinamis adalah sistem dengan memori (berubah seiring dengan waktu).

Arsitektur NARX berbasis NN ditunjukkan pada Gambar 1 dan Gambar 3. Baik input maupun output tertunda dengan garis tunda yang disadap. Jika garis tunda yang disadap digunakan dalam jalur sinyal keluaran, arsitektur umpan balik dapat dibangun, di mana input atau beberapa input dari jaringan feed-forward terdiri dari output tertunda dari jaringan. Jaringan yang dihasilkan adalah jaringan yang berulang. Arsitekturnya ditunjukkan pada gambar 3. Jaringan NARX dasar digunakan untuk prediksi multi-langkah.

Diasumsikan bahwa nilai masa lalu aktual dari target tidak tersedia dan prediksi itu sendiri diumpungkan kembali ke jaringan. Karena selama pelatihan, NARX memiliki akses ke nilai target yang sebenarnya, NARX dapat menggunakan nilai tersebut sebagai ganti prediksi sebelumnya. Ini membantu sistem melatih pada nilai aktual daripada prediksi. Hal ini dicapai dengan menggunakan versi seri- paralel dari jaringan NARX yang ditunjukkan pada Gambar 1. Arsitekturnya memiliki dua keunggulan, yang pertama adalah input ke jaringan feedforward lebih akurat dan yang kedua adalah bahwa jaringan yang dihasilkan memiliki arsitektur feedforward murni, oleh karena itu; backpropagation statis dapat digunakan untuk pelatihan.



Gambar 3. Fungsi Pemetaan Non-Linear

Untuk meningkatkan tingkat pemahaman, katakanlah suatu model pembangkit. Data pembangkit ini diperoleh dari pembangkit 120MW yang diambil dari De Moor B.L.R. (ed.), DaISy: Database for the Identification of Systems, Data kita sampling @ 1228.8 sec, dengan ukuran 200 sampel.

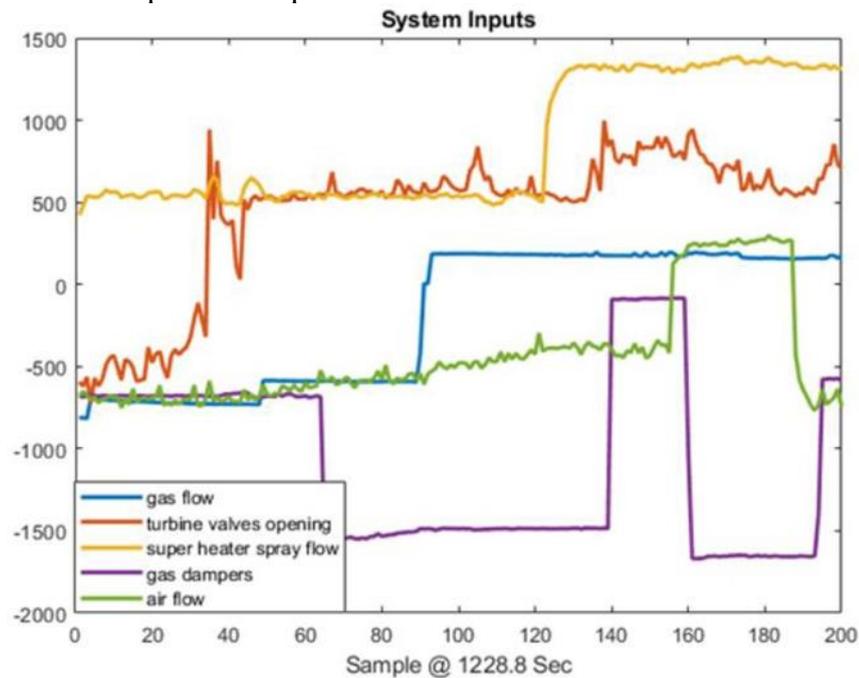
Masukan sistem adalah,

- 1) Aliran gas
- 2) Pembukaan katub turbin
- 3) Aliran semprotan superheater
- 4) Peredam gas
- 5) Aliran udara

Observasinya adalah,

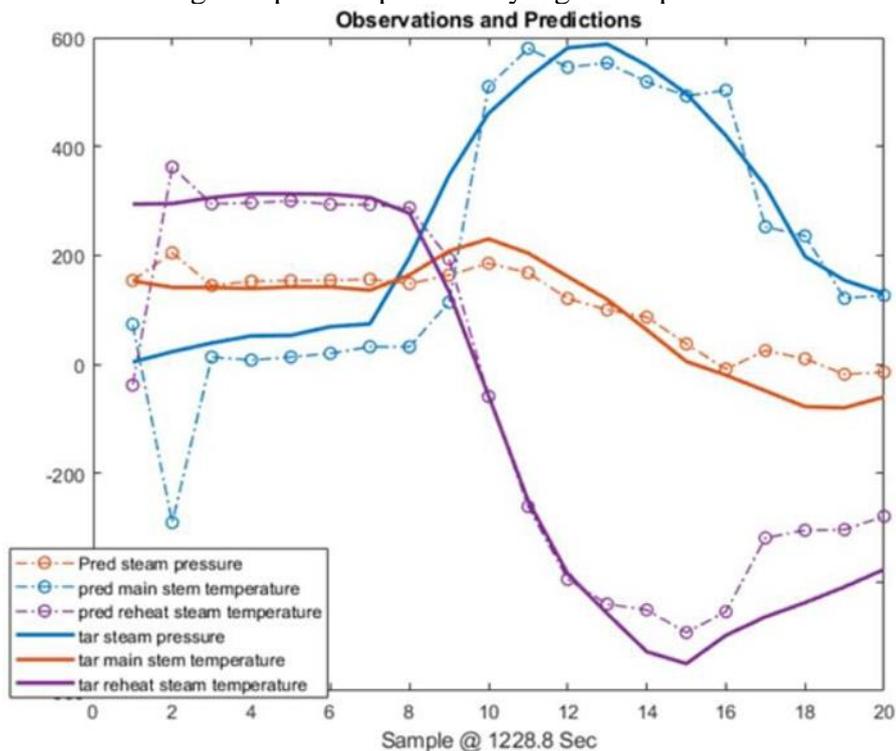
- 1) Tekanan Uap

- 2) Temperature stem utama
- 3) Reheat temperature uap



Gambar 4. Input dari Sistem proses Plant Pembangkit

Jaringan NARX dilatih dengan dua sample delay, 10 hidden neuron, Sigmoid Activation, dan dengan fungsi levengerg Loss. Masukan eksogen masa lalu dan pengamatan target aktual digunakan untuk memprediksi pengamatan saat ini. Jika nilai masa lalu dari pengamatan target aktual tidak dicatat, jaringan menggunakan nilai prediksi masa lalu. Namun, tidak disarankan untuk kasus penggunaan dengan Kontrol Proses Advance Industri karena prediksi berbeda dengan cepat dari perkiraan yang diharapkan.



Gambar 5. Prediksi Output dan Perbandingan dengan Observasi

3. Analisis Kestabilan Sistem Non-Linear

Analisis kestabilan sistem non-linear merupakan proses untuk mengevaluasi apakah suatu sistem non-linear akan cenderung menuju ke suatu kondisi tertentu atau menjadi tidak stabil seiring waktu. Berbeda dengan sistem linear yang kestabilannya dapat dianalisis dengan mudah menggunakan metode eigenvalue atau fungsi transfer, sistem non-linear memerlukan pendekatan yang lebih kompleks karena sifat non-linear dari persamaan.

Berikut adalah beberapa metode umum yang digunakan untuk analisis kestabilan sistem non-linear:

- Analisis Linearisasi:

Salah satu pendekatan umum adalah melakukan linearisasi sistem non-linear di sekitar titik operasional atau titik setimbang. Ini melibatkan mengambil turunan parsial dari persamaan non-linear terhadap variabel-variabel keadaan dan input, sehingga dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan matriks linear.

Kestabilan linear kemudian dapat dianalisis menggunakan metode-metode yang umumnya digunakan untuk sistem linear.

- Analisis Fungsi Lyapunov:

Analisis dengan menggunakan fungsi Lyapunov adalah metode yang kuat untuk menganalisis kestabilan sistem non-linear. Fungsi Lyapunov adalah fungsi skalar yang dapat digunakan untuk menunjukkan stabilitas sistem. Jika dapat ditemukan fungsi Lyapunov yang memenuhi kriteria tertentu, maka sistem dianggap stabil.

- Metode Popov:

Metode Popov adalah metode yang digunakan untuk menganalisis kestabilan asimtotik dalam sistem non-linear. Ini menggabungkan analisis populasi yang memerlukan pemahaman tentang sifat energi sistem.

- Analisis Fungsi Describing Function:

Metode ini sering digunakan untuk menganalisis sistem non-linear yang melibatkan osilasi atau non-linearitas tertentu. Fungsi Describing Function digunakan untuk menggambarkan karakteristik respons sistem terhadap input non-linear.

- Simulasi Numerik:

Dengan kemajuan teknologi komputer, simulasi numerik menjadi alat yang penting untuk menganalisis kestabilan sistem non-linear. Dengan memasukkan persamaan non-linear ke dalam algoritma numerik, kita dapat mengamati perilaku sistem seiring waktu.

Penting untuk diingat bahwa analisis kestabilan sistem non-linear sering kali melibatkan kombinasi dari beberapa metode. Keputusan tentang kestabilan sistem non-linear harus dilakukan dengan hati-hati, dan validitas hasilnya harus diverifikasi dengan simulasi numerik atau eksperimen pada sistem fisik yang sebenarnya.

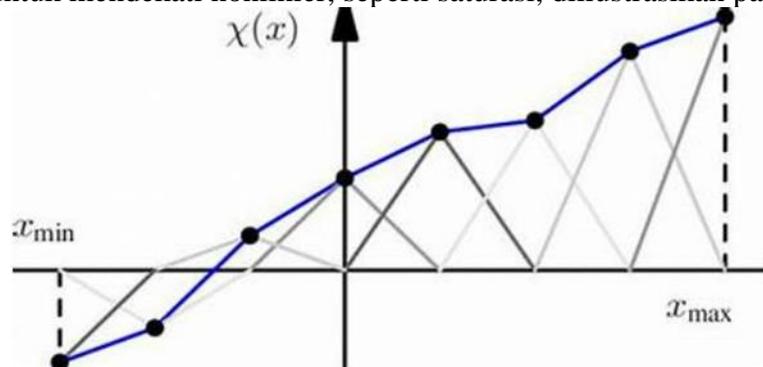
4. Metode-Metode Linearisasi Sistem Non-Linear

Metode linierisasi mudah dipahami dan memberikan wawasan intuitif tentang perilaku sistem nonlinier tentang beberapa kondisi operasi. Namun, mereka memiliki batasan:

- Sebuah desain kontrol berdasarkan dinamika sistem linier dapat memiliki masalah stabilitas ketika beroperasi jauh dari titik keseimbangan atau lintasan.
- Titik kesetimbangan dan lintasannya harus diketahui terlebih dahulu dan informasi ini seringkali tidak tersedia

Fungsi piecewise-linear kadang-kadang digunakan dalam menurunkan model perkiraan untuk kontrol nonlinier. Fungsi piecewise-linear adalah fungsi bernilai real yang

didefinisikan di atas bilangan real, dengan grafik yang memiliki bagian garis lurus. Ini adalah fungsi di mana masing-masing bagian adalah fungsi affine. Penggunaan fungsi piecewise-linear untuk mendekati nonlinier, seperti saturasi, diilustrasikan pada Gambar 6.



Gambar 6. Fungsi Piecewise Linear

Ada beberapa metode Linearisasi diantaranya:

1) Metode linear untuk Sistem Non-Linear

Banyak yang diketahui tentang pengontrol linier, baik dalam aplikasi, di mana algoritma seperti PID digunakan secara luas, dan dalam analisis, di mana kekuatan aljabar linier dapat digunakan. Salah satu cara umum untuk mendekati analisis dan sintesis pengontrol untuk sistem nonlinier adalah dengan menggunakan pengontrol tersebut, berdasarkan linierisasi tentang titik operasi yang diketahui. Ini memiliki keuntungan memungkinkan penerapan metode sistem linier, dan seringkali kendala yang dihasilkan pada operasi sistem cukup konservatif sehingga metode tersebut memadai. Namun, mereka harus selalu diterapkan dengan hati-hati dan biasanya diperiksa menggunakan simulasi. Ketika sistem didorong, nonlinier mulai memiliki efeknya, dan linearisasi metode dapat rusak. Bagian ini pertama menyajikan hasil yang menunjukkan kemanjuran pengontrol PI untuk kelas sistem nonlinier dan kemudian menyajikan linearisasi aljabar dasar dan implikasinya

2) Kontroller Non-Linear pada sistem Linear

Beberapa hasil teoretis awal yang penting berkaitan dengan situasi di mana pengontrol tidak linier. Teori ini berkaitan, misalnya, dengan relai atau pengontrol yang mengalami histeresis atau saturasi.

Ada dua metode serupa yang sama dengan linearisasi elemen nonlinier dari sistem linier. Keduanya didasarkan pada asumsi input sinusoidal ke nonlinier, analisis Fourier dari output, dan mengabaikan (seperti yang disaring oleh bagian linier dari sistem) harmonik yang lebih tinggi. Kegunaan utamanya adalah untuk memprediksi stabilitas regional dan apakah osilasi terisolasi, yang disebut siklus batas, dapat terjadi. Dalam yang terakhir, mereka juga mengevaluasi apakah siklus ini stabil. Masing-masing metode melihat langsung keseimbangan harmonik dan menggunakan tahap perantara untuk menghasilkan penguatan linier yang setara, tetapi akan terlihat sangat mirip.

3) Linearisasi Umpan Balik

Salah satu pendekatan linierisasi adalah menggunakan transformasi nonlinier untuk mendapatkan sistem koordinat di mana model sistemnya linier. Dengan model linier, semua teknik yang terkait dengan desain sistem linier dapat diterapkan untuk mendapatkan hukum kontrol, dan hukum ini kemudian ditransformasikan terbalik ke sistem koordinat dari sistem aslinya.

KESIMPULAN

Analisis sistem non-linear merupakan bidang penelitian yang kaya akan kompleksitas dan tantangan. Dengan perkembangan metode numerik dan teknologi komputasi, pemahaman kita terhadap sistem-sistem ini semakin meningkat. Aplikasi sistem non-linear merentang luas, memberikan kontribusi penting di berbagai bidang ilmu pengetahuan dan rekayasa. Oleh karena itu, penelitian dan pemahaman yang lebih mendalam mengenai sistem non-linear tetap menjadi fokus utama dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi.

DAFTAR PUSTAKA

- Saat, S., Nguang, S.K. & Nasiri, A. (2017). Analysis and Synthesis of Polynomial Discrete-Time Systems. 1-2.
- Kapasi, Huzaiifa. 2020. Modeling Non-Linear Dynamic Systems with Neural Networks, <https://towardsdatascience.com/modeling-non-linear-dynamic-systems-with-neural-networks-f3761bc92649>, diakses pada 04 Desember 2021 pukul 13.27.
- Grimble, M. J., & Majecki, P. (2020). Nonlinear Industrial Control Systems. 14-15 Westphal, L. C. (2001). Handbook of Control Systems Engineering. 745-805
- Strogatz, S. H. (2018). Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering (2nd Edition).
- Li, X. (2015). "Analysis of Nonlinear Systems with Applications in Engineering." Master's Thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Wang, Y. (2010). "Stability and Control of Nonlinear Systems." PhD Dissertation, University of California.
- Sprott, J. C. (2011). "Elegant Chaos: Algebraically Simple Chaotic Flows." International Journal of Bifurcation and Chaos, 21(08), 2395-2422.
- Sprott, J. C. (2011). "Elegant Chaos: Algebraically Simple Chaotic Flows." International Journal of Bifurcation and Chaos, 21(08), 2395-2422.
- Isidori, A. (1995). "Nonlinear Control Systems: An Introduction." Automatica, 31(12), 1661-1670
- Glendinning, P. (1994). Stability, Instability and Chaos: An Introduction to the Theory of Nonlinear Differential Equations. Cambridge University Press.