Jurnal Multidisiplin Inovatif
Vol 8 No. 6 Juni 2024
eISSN: 2246-6110

ANALISIS PENYELESAIAN SOAL PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA: METODE DERET TAYLOR, RUNGE-KUTTA, HEUN, DAN EULER

Fernando Purba[1], Harry Marcel Wahyu Sihotang[2], Mentari Sukma[3], Nafa Cleo Wulandari Tarigan[4], Thresia Veronika Sihombing[5], Elfitra[6]
andoo.dark@gmail.com[1], sihotangmarcel05@gmail.com[2], mentari.sukma18@gmail.com[3], nafatarigan99@gmail.com[4], tveronika59@gmail.com[5], elfitra@unimed.ac.id[6]
Universitas Negeri Medan

ABSTRAK
Persamaan diferensial adalah persamaan matematika yang melibatkan fungsi dari satu atau lebih variabel yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri dengan turunannya pada berbagai orde. Penyelesaian persamaan diferensial biasa (PDB) dapat dilakukan dengan dua cara yaitu dengan metode analitik dan metode numerik. Beberapa metode numerik yang digunakan untuk menghitung solusi PDB meliputi metode Deret Taylor, metode Runge-Kutta, metode Heun, dan metode Euler yang dapat ditemukan pada penelitian terdahulu hingga terkini. Penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan gambaran penyelesaian soal dengan berbagai metode dalam pembelajaran persamaan diferensial biasa dan menentukan metode yang paling mudah digunakan sehingga dapat membantu mahasiswa untuk menanamkan konsep materi mata kuliah persamaan diferensial. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa keempat metode (deret Taylor, Runge-Kutta, Heun dan Euler) yang digunakan dalam menyelesaikan soal persamaan diferensial biasa akan menghasilkan nilai yang sama atau mendekati satu sama lain dan metode deret Taylor merupakan metode yang paling sederhana dan mudah untuk digunakan.

Kata Kunci: Persamaan Diferensial, Deret Taylor, Runge-Kutta, Heun, Euler.

ABSTRACT
Differential equations are mathematical equations involving functions of one or more variables that relate the value of the function itself to its derivatives in various orders. Solving ordinary differential equations (PDB) can be done in two ways, namely analytical methods and numerical methods. Several numerical methods used to calculate GDP solutions include the Taylor Series method, Runge-Kutta method, Heun method, and Euler method which can be found in previous to current research. This research was carried out with the aim of getting an overview of problem solving using various methods in learning ordinary differential equations and determining the method that is easiest to use so that it can help students to instill the concepts of differential equations course material. Based on the analysis that has been carried out, it can be concluded that the four methods (Taylor, Runge-Kutta, Heun and Euler series) used in solving ordinary differential equations will produce the same or close to each other and the Taylor series method is the simplest method. and easy to use.

Key words: *Differential Equations, Taylor Series, Runge-Kutta, Heun, Euler.*

PENDAHULUAN

Matematika adalah mata pelajaran yang diajarkan di seluruh jenjang pendidikan, mulai dari sekolah dasar hingga perguruan tinggi, karena bidang ini mencakup konsep-konsep yang bervariasi tetapi dapat dipahami dan diterapkan secara logis. Matematika tidak hanya berfungsi sebagai alat bantu dalam ilmu itu sendiri, tetapi banyak konsep-konsepnya yang sangat penting bagi ilmu lainnya. Banyak masalah dan aktivitas dalam kehidupan kita yang harus diselesaikan dengan menggunakan ilmu matematika, seperti menghitung dan mengukur. Matematika sebagai ilmu universal yang mendasari perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi modern, serta memajukan daya pikir dan analisis manusia (Rahmi, dkk., 2019).

Matematika memiliki peran penting dalam berbagai aspek kehidupan, terutama sebagai alat untuk menyelesaikan berbagai masalah. Kebanyakan masalah ini dimodelkan dengan menggunakan persamaan diferensial (Pandia & Sitepu, 2021). Persamaan diferensial adalah persamaan matematika yang melibatkan fungsi dari satu atau lebih variabel yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri dengan turunannya pada berbagai orde. Persamaan ini memiliki peran penting dalam rekayasa, fisika, ekonomi, dan berbagai disiplin ilmu lainnya. Persamaan diferensial muncul dalam berbagai bidang sains dan teknologi ketika hubungan deterministik melibatkan besaran yang berubah secara kontinu dimodelkan oleh fungsi matematika, dan laju perubahannya dinyatakan sebagai turunan yang diketahui atau dihipotesiskan. Sebagai salah satu cabang matematika, persamaan diferensial banyak digunakan untuk menjelaskan masalah-masalah fisis. Masalah-masalah fisis tersebut dapat dimodelkan dalam bentuk persamaan diferensial. Jika model matematika berbentuk persamaan diferensial, maka masalahnya adalah bagaimana menentukan solusi (penyelesaian) persamaan diferensial itu. Namun, harus disadari tidak semua model matematika yang berbentuk persamaan diferensial mempunyai solusi (Ibnas, 2017).

Persamaan diferensial mempunyai banyak ragam dan jenis, mulai dari yang mudah diselesaikan hingga yang sulit diselesaikan, mulai dari yang sederhana sampai yang sangat kompleks. Pada dasarnya, bentuk matematis klasik dari persamaan diferensial ini dapat dibagi atas persamaan diferensial biasa (ordinary differential equations), disingkat sebagai PDB dan persamaan diferensial parsial (partial differential equation), disingkat sebagai PDP. Persamaan diferensial biasa yaitu suatu turunan fungsi yang hanya bergantung pada satu variabel bebas saja. Sedangkan, persamaan diferensial parsial yaitu suatu turunan fungsi yang bergantung pada lebih dari satu variabel bebas. Penyelesaian persamaan diferensial biasa (PDB) dapat dilakukan dengan dua cara yaitu dengan metode analitik dan metode numerik. Metode analitik (metode sejati), memberikan solusi yang sebenarnya, sementara metode numerik digunakan ketika metode analitik tidak mampu menyelesaikan masalah tersebut. Metode numerik melibatkan teknik-teknik untuk merumuskan masalah matematika agar dapat diselesaikan dengan operasi aritmatika biasa (penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian). Di sisi lain, karena solusi analitik (eksak) seringkali tidak tersedia, maka diperlukan suatu solusi pendekatan secara numerik (Resmawan, dkk., 2023). Beberapa metode numerik yang digunakan untuk menghitung solusi PDB meliputi metode Deret Taylor, metode Runge-Kutta, metode Heun, dan metode Euler yang dapat ditemukan pada penelitian terdahulu hingga terkini.

Metode Deret Taylor memanfaatkan bentuk fungsi matematika sebagai jumlahan tak hingga dari suku-suku yang nilainya dihitung dari turunan fungsi tersebut pada suatu titik. Metode ini memberikan solusi hampiran dari suatu fungsi dalam bentuk polinomial. Metode Runge-Kutta adalah alternatif dari metode Deret Taylor yang berusaha mendapatkan ketelitian lebih tinggi tanpa perlu mencari turunan lebih tinggi, dengan mengevaluasi fungsi $f(x,y)$. Metode Heun merupakan perbaikan dari metode Euler. Metode ini disebut sebagai metode paling sederhana yang diturunkan dari deret Taylor (Pandia & Sitepu, 2021).

Berdasarkan latar belakang ini, penulis merasa tertarik untuk melakukan penelitian terkait judul berikut: "Analisis Penyelesaian Soal Persamaan Diferensial Biasa: Metode Deret Taylor, Runge-Kutta, Heun, dan Euler." Penelitian ini dilakukan dengan tujuan untuk mendapatkan gambaran penyelesaian soal dengan berbagai metode dalam pembelajaran persamaan diferensial biasa dan menentukan metode yang paling mudah digunakan sehingga dapat membantu mahasiswa untuk menanamkan konsep materi mata kuliah persamaan diferensial. Sehingga bagi peneliti-peneliti selanjutnya dapat mengambil manfaat dari penelitian ini dengan melihat metode yang belum digunakan dalam pembelajaran persamaan diferensial.

METODE

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah studi literatur. Penelitian ini merupakan penelitian kepustakaan atau literature yang bertujuan mengumpulkan data-data dan informasi melalui buku dan jurnal. Menurut Iwan (Septiana dkk., 2022), penelitian kepustakaan adalah upaya peneliti untuk mengumpulkan informasi yang relevan dan berhubungan dengan topik atau pertanyaan yang diteliti. Menurut Zed (Septiana dkk., 2022), penelitian kepustakaan adalah kegiatan yang berkaitan dengan bagaimana data kepustakaan dikumpulkan, dibaca, dicatat, dan bahan penelitian diolah untuk membantu menyelesaikan karya ilmiah. Artikel ini menfokuskan pada penyelesaian soal persamaan diferensial biasa dengan berbagai metode, yaitu metode deret taylor, runge-kutta, heun, dan euler. Setelah membaca dan memahami sumber data yang digunakan, selanjutnya ditarik kesimpulan dari hasil penelitian tersebut terkait metode penyelesaian yang lebih efesien untuk digunakan. Proses pengumpulan data untuk artikel ini dilakukan dengan mencari di Google Cendekia. Metode analisis data yang digunakan berupa analisis isi dan analisis data sekunder. Artinya, menggunakan sumber sekunder untuk menarik kesimpulan dan mendapatkan data yang dibutuhkan dalam menulis artikel ini.

Adapun instrumen soal yang akan peneliti analisis dalam kajian ini yaitu sebagai berikut.

Diketahui persamaan diferensial biasa berikut

$\frac{dy}{dx} = x + y$

dimana y(0)=3

Hitunglah y(0,4) dengan h=0,2 menggunakan keempat metode, yaitu Deter Taylor, Runge-Kutta orde 4, Heun dan Euler.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Metode Deret Taylor

$\frac{dy}{dx} = x + y$, dimana $y(0) = 3$. Hitunglah $y(0{,}4)$ dengan $h = 0{,}2$.

Penyelesaian:

Deret Taylor untuk fungsi $y(x)$ sekitar $x = 0$ adalah:

$y(x) = y(0) + y'(0)x + \frac{y''(0)x^2}{2!} + \frac{y'''(0)x^3}{3!} + \cdots$

- Turunan pertama

$$\frac{dy}{dx} = x + y$$

Pada $x = 0, y(0) = 3$

Sehingga,

$y'(0) = 0 + 3 = 3$

- Turunan kedua

Diferensiasi persamaan pertama:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}(x+y) = 1 + \frac{dy}{dx}$$
substitusi $\frac{dy}{dx} = x + y$:
$$\frac{d^2y}{dx^2} = 1 + (x = y) = 1 + x + y$$
pada $x = 0, y(0) = 3$:
$y''(0) = 1 + 0 + 3 = 4$

- Turunan ketiga

Diferensiasi persamaan kedua:
$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{d}{dx}(1+x+y) = 1 + \frac{dy}{dx}$$
Substitusi $\frac{dy}{dx} = x + y$:
$$\frac{d^3y}{dx^3} = 1 + (x = y) = 1 + x + y$$
pada $x = 0, y(0) = 3$:
$y'''(0) = 1 + 0 + 3 = 4$
Substitusi nilai turunan ke bentuk deret Taylor
$$y(x) = 3 + 3x + \frac{4}{2}x^2$$
$$y(x) = 3 + 3x + 2x^2$$
Maka
$$y(0{,}4) = 3 + 3(0{,}4) + 2(0{,}4)^2$$
$$y(0{,}4) = 3 + 1{,}2 + 2(0{,}16)$$
$$y(0{,}4) = 3 + 1{,}2 + 0{,}32$$
$$y(0{,}4) = 4{,}52$$
Jadi, nilai $y(0.4)$ menggunakan metode Deret Taylor orde 2 adalah 4,52.

Metode Runge-Kutta

$\frac{dy}{dx} = x + y$, dimana $y(0) = 3$. Hitunglah $y(0{,}4)$ dengan $h = 0{,}2$

Penyelesaian:

Menentukan nilai n

$a = 0$, $b = 0{,}4$, $h = 0{,}2$

Sehingga, $n = \frac{0{,}4-0}{0{,}2} = \frac{0{,}4}{0{,}2} = 2 \rightarrow r = 0{,}1{,}2$

Perhitungan Runge-Kutta : $\boldsymbol{x_0 = 0}$ **,** $\boldsymbol{x_1 = 0{,}2}$ **,** $\boldsymbol{x_2 = 0{,}4}$

- **Untuk $\boldsymbol{x_0 = 0}$** $\rightarrow$ $\boldsymbol{y_0 = 3}$
- **Untuk $\boldsymbol{x_1 = 0{,}2}$** $\rightarrow$ $\boldsymbol{y_1}$ = ?

$k_1 = hf(x_0, y_0)$
$k_1 = 0{,}2\ (0 + 3)$
$k_1 = 0{,}2\ (3)$
$k_1 = 0{,}6$

$k_2 = hf\left(x_0 + \frac{1}{2}h\ ,\ y_0 + \frac{1}{2}k_1\right)$
$k_2 = 0{,}2(0 + 0{,}1\ \ ,\ \ 3 + 0{,}3)$
$k_2 = 0{,}2(0{,}1 + 3{,}3)$
$k_2 = 0{,}2(3{,}4)$
$k_2 = 0{,}68$

$k_3 = hf\left(x_0 + \frac{1}{2}h\ ,\ y_0 + \frac{1}{2}k_2\right)$
$k_3 = 0{,}2(0 + 0{,}1\ \ ,\ \ 3 + 0{,}34)$
$k_3 = 0{,}2(0{,}1 + 3{,}34)$
$k_3 = 0{,}2(3{,}44)$
$k_3 = 0{,}688$

$k_4 = hf(x_0 + h\ ,\ y_0 + k_3)$
$k_4 = 0{,}2\ (0 + 0{,}2\ \ ,\ \ 3 + 0{,}688)$
$k_4 = 0{,}2\ (0{,}2 + 3{,}688)$
$k_4 = 0{,}2\ (3{,}888)$
$k_4 = 0{,}7776$

Sehingga,
$y_1 = y_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$
$y_1 = 3 + \frac{1}{6}(0{,}6 + 2(0{,}68) + 2(0{,}688) + 0{,}7776)$
$y_1 = 3 + \frac{1}{6}(0{,}6 + 1{,}36 + 1{,}376 + 0{,}7776)$
$y_1 = 3 + \frac{1}{6}(4{,}1136)$
$y_1 = 3 + 0{,}6856$
$y_1 = 3{,}6856$

- **Untuk $\boldsymbol{x_2 = 0{,}4}$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{y_2} = ?$**

$k_1 = hf(x_1, y_1)$
$k_1 = 0{,}2\ (0{,}2 + 3{,}6856)$
$k_1 = 0{,}2\ (3{,}8856)$
$k_1 = 0{,}77712$

$k_2 = hf\left(x_1 + \frac{1}{2}h\ ,\ y_1 + \frac{1}{2}k_1\right)$
$k_2 = 0{,}2(0{,}2 + 0{,}1\ \ ,\ \ 3{,}6856 + 0{,}38856)$
$k_2 = 0{,}2(0{,}3 + 4{,}07416)$
$k_2 = 0{,}2(4{,}37416)$
$k_2 = 0{,}874832$

$k_3 = hf\left(x_1 + \frac{1}{2}h\ ,\ y_1 + \frac{1}{2}k_2\right)$
$k_3 = 0{,}2(0{,}2 + 0{,}1\ \ ,\ \ 3{,}6856 + 0{,}437416)$
$k_3 = 0{,}2(0{,}3 + 4{,}123016)$
$k_3 = 0{,}2(4{,}423016)$
$k_3 = 0{,}8846032$

$k_4 = hf(x_1 + h\ ,\ y_1 + k_3)$
$k_4 = 0{,}2\ (0{,}2 + 0{,}2\ \ ,\ \ 3{,}6856 + 0{,}8846032)$
$k_4 = 0{,}2\ (0{,}4 + 4{,}5702032)$
$k_4 = 0{,}2\ (4{,}9702032)$
$k_4 = 0{,}99404064$
Sehingga,

$y_2 = y_1 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$
$y_2 = 3,6856 + \frac{1}{6}(0,77712 + 2(0,874832) + 2(0,8846032) + 0,99404064)$
$y_2 = 3,6856 + \frac{1}{6}(0,77712 + 1,749664 + 1,7692064 + 0,99404064)$
$y_2 = 3,6856 + \frac{1}{6}(5,29003104)$
$y_2 = 3,6856 + 0,88167184$
$y_2 = 4,57$

Jadi, nilai $y(0,4)$ dari persamaan diferensial diatas menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 adalah 4,57

Metode Heun
$\frac{dy}{dx} = x + y$, dimana $y(0) = 3$. Hitunglah $y(0,4)$ dengan $h = 0,2$
Penyelesaian:
Menentukan nilai n
$a = 0$, $b = 0,4$, $h = 0,2$
Sehingga, $n = \frac{0,4-0}{0,2} = \frac{0,4}{0,2} = 2$ (Jumlah langkah)
Perhitungan Heun: $x_0 = 0$, $x_1 = 0,2$, $x_2 = 0,4$
$x_1 = 0,2 \rightarrow y_1^{(1)} = y_0 + hf(x_0, y_0)$
$= 3 + 0,2(0 + 3)$
$= 3 + 0,2(3)$
$= 3 + 0,6$
$= 3,6$ (*Predictor*)
$y_1 = y_0 + \frac{h}{2}[f(x_0, y_0) + f\left(x_1, y_1^{(p)}\right)]$
$y_1 = 3 + \frac{0,2}{2}(0 + 3 + 0,2 + 3,5)$
$y_1 = 3 + 0,1(6,7)$
$y_1 = 3 + 0,67$
$y_1 = 3,67$ (*Corrector*)

$x_2 = 0,4 \rightarrow y_2^{(p)} = y_1 + hf(x_1, y_1)$
$= 3,67 + 0,2(0,2 + 3,67)$
$= 3,67 + 0,2(3,87)$
$= 3,67 + 0,774$
$= 4,444$ (*Predictor*)
$y_2 = y_1 + \frac{h}{2}[f(x_1, y_1) + f\left(x_2, y_2^{(p)}\right)]$
$y_1 = 3,67 + \frac{0,2}{2}(3,6 + 3,67 + 0,4 + 4,444)$
$y_1 = 3,67 + 0,1(12,114)$
$y_1 = 3,67 + 1,2114$
$y_1 = 4,8814$ (*Corrector)*
Jadi, nilai $y(0,4)$ dari persamaan diferensial diatas menggunakan metode Heun adalah 4,89.

Metode Euler
$\frac{dy}{dx} = x + y$, dimana $y(0) = 3$. Hitunglah $y(0,4)$ dengan $h = 0,2$

Penyelesaian:

Diketahui : $\frac{dy}{dx} = x + y$

$y(0) = 3$

$h = 0{,}2$

Menentukan nilai $\boldsymbol{n}$

$x_o = 0$, $x_n = 0{,}4$, $h = 0{,}2$

Sehingga, $n = \frac{0{,}4-0}{0{,}2} = \frac{0{,}4}{0{,}2} = 2$ (Jumlah langkah)

Perhitungan Euler: $x_0 = 0$, $x_1 = 0{,}2$, $x_2 = 0{,}4$

Rumus umum : $\boldsymbol{y_{i+1} = y_i + f\,(x_i, y_i)\Delta x}$

Jika i = 0 dan $x_i = 0$

Maka dapat kita tentukan $y_1 = y_0 + f\,(x_0, y_0)\Delta x$

$y_1 = 3 + (0 + 3)0.2$

$y_1 = 3 + 0.6$

$\boldsymbol{y_1 = 3.6}$

Selanjutnya, untuk mencari y_2 dapat kita lakukan dengan cara yang sama

Jika i = 1 dan $x_1 = 0{,}2$

Maka dapat kita tentukan $y_2 = y_1 + f\,(x_1, y_1)\Delta x$

$y_2 = 3.6 + (0.2 + 3.6)0.2$

$y_2 = 3.6 + 0.76$

$\boldsymbol{y_2 = 4.36}$

Pembahasan

Berdasarkan analisis penyelesaian soal yang telah disajikan oleh Penulis yaitu $\frac{dy}{dx} = x + y$, dimana $y(0) = 3$ maka hitunglah $y(0{,}4)$ dengan $h = 0{,}2$ sehingga diperoleh bahwa soal tersebut dapat diselesaikan dengan empat metode, yaitu metode Deret Taylor, metode Runge Kutta, metode Heun, dan metode Euler. Perbandingan hasil dari keempat metode tersebut adalah sebagai berikut:

1) Metode Deret Taylor = 4,52
2) Metode Runge Kutta = 4,57
3) Metode Heun = 4,89
4) Metode Euler = 4,36

Dari keempat hasil penyelesaian persamaan diferensial tersebut, maka dapat dikatakan bahwa masing-masing metode mempunyai langkah-langkah yang sama khususnya dalam menentukan nilai n kecuali metode Taylor. Nilai n tersebut diperoleh dari nilai y yang diketahui dibagi nilai awal kemudian dikalikan dengan h (interval).

Adapun fungsi dari nilai n ini adalah untuk mengetahui jumlah langkah yang akan diikuti dalam penyelesaian soal serta meminimalisirkan hasil yang kurang tepat.

Metode Taylor merupakan metode yang lebih sederhana dan mudah digunakan dibanding ketiga metode tersebut. Hal ini dikarenakan penyelesaian metode Taylor hanya memiliki satu langkah dan tidak memerlukan nilai n. Namun dalam penyelesaiannya, metode ini perlu memahami konsep turunan mulai dari turunan pertama, turunan kedua hingga turunan ketiga. Dalam memperoleh hasil yang lebih akurat, dapat menggunakan ketiga metode tersebut, baik metode Runge Kutta, metode Heun, dan metode Euler dengan langkah yang lebih rinci dan jelas.

KESIMPULAN

Persamaan diferensial adalah persamaan matematika yang melibatkan fungsi dari satu atau lebih variabel yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri dengan turunannya pada berbagai orde. Penyelesaian persamaan diferensial biasa (PDB) dapat dilakukan dengan dua cara yaitu dengan metode analitik dan metode numerik. Di sisi lain, karena solusi analitik (eksak) seringkali tidak tersedia, maka diperlukan suatu solusi pendekatan secara numerik. Beberapa metode numerik yang digunakan untuk menghitung solusi PDB meliputi metode Deret Taylor, metode Runge-Kutta, metode Heun, dan metode Euler yang dapat ditemukan pada penelitian terdahulu hingga terkini.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa keempat metode (deret Taylor, Runge-Kutta, Heun dan Euler) yang digunakan dalam menyelesaikan soal persamaan diferensial biasa akan menghasilkan nilai yang sama atau mendekati satu sama lain. Hasil yang diperoleh dari penyelesaian persamaan diferensial dengan metode deret Taylor yaitu 4,52. Kemudian jika menggunakan metode Runge-Kutta hasil penyelesaian persamaan diferensial biasa yang diperoleh yaitu 4,57. Selanjutnya dengan menggunakan metode Heun dapat diperoleh hasil 4,89. Jika menggunakan metode Euler maka hasil penyelesaian yang diperoleh adalah 4,36. Berdasarkan keempat metode tersebut, metode deret Taylor merupakan metode yang paling sederhana dan mudah untuk digunakan. Hal ini dikarenakan bahwa metode deret Taylor hanya menggunakan satu langkah. Namun dengan catatan dalam penyelesaian harus memahami konsep turunan.

DAFTAR PUSTAKA

Hasbi, S., dan Zubainur, C. (2021). Penggunaan Edukasi Deret Untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial Linear Orde Dua. Jurnal Peluang, 9(1): 27-38.

Ibnas, Risnawati. (2017). Persamaan Differensial Eksak dengan Faktor Integrasi. Jurnal MSA, 11(1): 91-99.

Munair, Rinaldi. (2021). Metode Numerik. Bandung: Indormatika.

Pandia, W., & Sitepu, I. (2021). Penentuan Galat Persamaan Diferensial Biasa Orde 1 dengan Metode Numerik. Jurnal Mutiara Pendidikan Indonesia, 6(1): 31-37.

Rahmi, M., Budiman, M., dan Widyaningrum, A. (2019). Pengembangan Media Pembelajaran Interaktif Macromedia Flash 8 pada Pembelajaran Tematik Tema Pengalamanku. Internasional Jurnal of Elementary Education, 3(2), 178-185.

Resmawan., Rosydah, B. M., & Handayani, R. P. (2023). Komparasi Skema Numerik Euler, Runge-Kutta dan Adam Basforth-Moulton untuk Menyelesaikan Solusi Persamaan Osilator Harmonik. EULER: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi. 11(2): 282—296.

Rosmaniar. (2021). Penerapan Metode Heun dan Metode Runge-Kutta Orde Tiga dalam Menganalisis Model Ulat Cemara (SPRUCE BUDWORM). Skripsi. Fakultas Sains dan Teknologi. Makassar: Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar.

Septiana, A., Amin, I. I., Soebagyo, J., & Nuriadin, I. (2022). Studi Literatur: Pendekatan

Pendidikan Matematika Realistik dalam Pembelajaran Matematika. Jurnal Teorema: Teori dan Riset Matematika, 7(2): 343-350.
Sitompul, H. A., & Siahaan, E. W. (2024). Solusi Persamaan Diferensial Biasa Orde Tinggi dengan Metode Polinomial dan Runge Kutta. Jurnal Penelitian Fisikawan, 7(1): 32-40.
Sitompul, H., dan Sianturi, T. (2020). Implementasi Ensemble Kalman Filter Pada Metode Runge-Kutta Untuk Perbaikan Solusi Numerik Persamaan Diferensial Biasa. Jurnal Teknologi Energi Uda, 9(2): 123-131.
Suryani, I., Suprianto, A., Wartono., & Rahmedi. (2023). Menggunakan Metode Milne-Simpson dan Adam-Bashforth-Moulton. Jurnal Sains Matematika dan Statistika, 9(1): 27-36.
Wijaya, J. Y., Liong, T. H., & Wardani, K. R. R. (2016). Perbandingan Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa Menggunakan Metode Backpropagation, Euler, Heun, dan Runge-Kutta Orde 4. Jurnal Telematika, 11(1): 1-6.