

## PENERAPAN INTEGRAL PERMUKAAN DALAM ANALISIS FLUKS AIR HUJAN PADA ATAP RUMAH

Petra Putri Sarinah Pandiangan<sup>1</sup>, Alvi Sahrin Nasution<sup>2</sup>, Grace Amelia Purba<sup>3</sup>,  
Rizka Nabila Damanik<sup>4</sup>, Endang Lyfia Saragih<sup>5</sup>, Farel Al Azmi<sup>6</sup>  
[petrapandiangan980@gmail.com](mailto:petrapandiangan980@gmail.com)<sup>1</sup>, [alvisahrin@unimed.ac.id](mailto:alvisahrin@unimed.ac.id)<sup>2</sup>, [gracepurba2019@gmail.com](mailto:gracepurba2019@gmail.com)<sup>3</sup>,  
[rizkanabiladamanik@gmail.com](mailto:rizkanabiladamanik@gmail.com)<sup>4</sup>, [endanglyfiasaragih@gmail.com](mailto:endanglyfiasaragih@gmail.com)<sup>5</sup>, [alazmifarel@gmail.com](mailto:alazmifarel@gmail.com)<sup>6</sup>  
Universitas Negeri Medan

### ABSTRAK

Penelitian ini menggunakan konsep integral permukaan dalam kalkulus vektor untuk mengkaji fluks air hujan yang jatuh di atap rumah. Atap tersebut dibuat sebagai bidang miring dengan persamaan  $z = 0,5x + 0,2y$  dan memiliki luas proyeksi  $20 \text{ m}^2$ , dengan medan vektor air hujan yang bergerak ke bawah secara vertikal. Fluks dihitung dalam dua situasi dengan intensitas hujan yaitu  $150 \text{ mm/hari}$  dan  $200 \text{ mm/hari}$ . Temuan menunjukkan fluks sebesar  $142 \text{ liter per jam}$  saat intensitasnya  $150 \text{ mm/hari}$  dan  $189 \text{ liter per jam}$  pada intensitas  $200 \text{ mm/hari}$ . Kenaikan intensitas hujan sebesar  $33,3\%$  menghasilkan peningkatan fluks sekitar  $33,1\%$ , yang menunjukkan adanya hubungan linear antara kedua variabel tersebut. Nilai kemiringan atap  $\sqrt{1,29} = 1,136$  meningkatkan luas permukaan yang efektif, sehingga volume air yang terkumpul juga bertambah. Penelitian ini menunjukkan bahwa integral permukaan adalah metode yang efisien dan sistematis untuk menghitung fluks di permukaan yang kompleks. Temuan ini dapat dijadikan sebagai dasar teknis dalam merencanakan sistem untuk pemanenan air hujan serta pengelolaan limpasan air hujan di daerah perkotaan.

**Kata Kunci:** Atap Rumah, Fluks Air Hujan, Integral Permukaan, Kalkulus Vektor, Pemanenan Air Hujan.

### ABSTRACT

*This study uses the concept of surface integrals in vector calculus to study the rainwater flux falling on a roof. The roof is constructed as an inclined plane with the equation  $z = 0.5x + 0.2y$  and has a projected area of  $20 \text{ m}^2$ , with a rainwater vector field moving vertically downward. The flux is calculated in two situations with rainfall intensities of  $150 \text{ mm/day}$  and  $200 \text{ mm/day}$ . The findings show a flux of  $142 \text{ liters per hour}$  when the intensity is  $150 \text{ mm/day}$  and  $189 \text{ liters per hour}$  at an intensity of  $200 \text{ mm/day}$ . An increase in rainfall intensity of  $33.3\%$  results in an increase in flux of approximately  $33.1\%$ , indicating a linear relationship between the two variables. The roof slope value of  $\sqrt{1.29} = 1.136$  increases the effective surface area, so the volume of collected water also increases. This study shows that surface integrals are an efficient and systematic method for calculating flux on complex surfaces. These findings can be used as a technical basis in planning systems for rainwater harvesting and rainwater runoff management in urban areas.*

**Keywords:** Rooftop, Rainwater Flux, Surface Integral, Vector Calculus, Rainwater Harvesting.

### PENDAHULUAN

Perkembangan kota yang cepat telah mengakibatkan perluasan yang signifikan pada permukaan yang tidak dapat menyerap air. Kejadian ini menyebabkan berkurangnya wilayah yang dapat menyerap air hujan, yang selanjutnya meningkatkan jumlah limpasan permukaan dan meningkatkan ancaman terjadinya banjir di kota (J. Lay et al., 2011). Dalam situasi ini, atap suatu bangunan adalah elemen yang sangat penting karena memberikan kontribusi yang besar terhadap keseluruhan area yang tahan air di kawasan perkotaan. Pengetahuan yang mendalam tentang aliran air hujan di atap sangat penting, bukan hanya untuk pengelolaan air, tetapi juga untuk mengurangi risiko bencana yang terkait dengan air.

Atap rumah, sebagai area yang langsung terpapar hujan, memiliki berbagai karakteristik seperti bentuk, sudut kemiringan, jenis bahan, dan keadaan lingkungan. Karakteristik ini secara bersama-sama memengaruhi cara air hujan terdistribusi, mengalir, dan akhirnya mengalir dari permukaan atap menuju sistem saluran pembuangan. Studi sebelumnya menunjukkan bahwa kualitas serta jumlah air yang mengalir dari atap dipengaruhi oleh berbagai faktor, termasuk tipe bahan atap, tingkat intensitas hujan, dan lamanya hujan berlangsung (J. J. Lay et al., 2024)<sup>1</sup>. Selain itu, fenomena first flush yang menunjukkan bahwa konsentrasi polutan paling tinggi muncul pada awal hujan juga menjadi hal yang penting untuk dipikirkan dalam merencanakan sistem pengumpulan air hujan (Pumo et al., 2025).

Dalam kajian aliran air pada suatu permukaan, prinsip integral permukaan dari kalkulus vektor memberikan metode yang terstruktur. Integral permukaan memungkinkan penghitungan total fluks dari suatu medan vektor, dalam hal ini adalah medan kecepatan aliran air yang melewati area tertentu. Penerapan konsep ini sangat penting untuk menggambarkan aliran air hujan pada atap yang memiliki sudut kemiringan dan bentuk geometris yang rumit. Dengan memanfaatkan integral permukaan, jumlah volume air yang mengalir dari atap per unit waktu dapat dihitung dengan memperhatikan variasi spasial dari intensitas hujan dan ciri-ciri topografi atap. Metode ini menawarkan keunggulan dibandingkan teknik estimasi sederhana karena mampu menangani keragaman kondisi permukaan yang ada (Ghaffarian, 2024).

Studi mengenai pemodelan hidrologi atap telah mengalami kemajuan yang signifikan, termasuk penciptaan model untuk atap hijau yang dapat mengestimasi penahanan air, penguapan, dan reaksi hidrologis terhadap keadaan cuaca (Pumo et al., 2025). Studi yang berbeda mengindikasikan bahwa teknik pemodelan berbasis angka, seperti penerapan metode elemen hingga, bisa diterapkan dalam merancang sistem atap dan menilai perilaku hidrologisnya dengan memperhatikan hal-hal seperti tipe tanah, tingkat curah hujan, kedalaman lapisan tanah, dan sudut atap. Meski demikian, penggunaan konsep integral permukaan secara langsung dalam studi aliran air hujan di atap rumah masih jarang dilakukan (Göbner, 2025).

Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini memiliki tujuan untuk menerapkan teori integral permukaan dalam mengkaji aliran air hujan yang jatuh di atap rumah. Dengan menggambarkan atap sebagai permukaan yang halus secara terpisah dan kecepatan aliran air hujan sebagai fungsi vektor, studi ini akan menghitung total volume air yang mengalir dari atap (Maykot, 2025). Hasil kajian ini diharapkan dapat memberikan sumbangan dalam pengembangan model hidrologi kota yang lebih akurat dan berfungsi sebagai dasar teknis untuk perencanaan infrastruktur pengelolaan air hujan yang dapat menyesuaikan diri dengan perubahan spasial dan temporal hujan. Sumbangan praktis dari kajian ini meliputi perbaikan desain sistem penampungan air hujan serta peningkatan efisiensi dalam pengendalian banjir di daerah perkotaan (Xie, H et al., 2023).

## KAJIAN TEORITIS

Integral permukaan adalah pengembangan dari ide integral ganda yang digunakan pada permukaan dalam ruang tiga dimensi. Secara matematis, integral permukaan memungkinkan kita untuk menghitung jumlah total suatu besaran skalar atau vektor yang tersebar di atas sebuah permukaan. Konsep ini sangat penting dalam studi fluks, yaitu laju suatu besaran yang melewati sebuah permukaan dalam satuan waktu (Vektor, 2025).

Secara resmi, untuk sebuah permukaan  $S$  yang diwakili oleh fungsi vektor  $\mathbf{r}(u, v) = x(u, v)\mathbf{i} + y(u, v)\mathbf{j} + z(u, v)\mathbf{k}$  dengan  $(u, v)$  berada dalam daerah  $D$  pada bidang  $uv$ , integral permukaan untuk medan skalar  $f(x, y, z)$  didefinisikan sebagai:

$$\iint_S f(x, y, z) dS = \iint_D f(\mathbf{r}(u, v)) \left\| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right\| dA$$

di mana  $\left\| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right\|$  merupakan elemen permukaan yang dikenal sebagai faktor skala luas. Faktor ini menggambarkan luas dari elemen permukaan yang muncul akibat perubahan kecil dalam parameter  $u$  dan  $v$ .

Dalam kajian aliran cairan, termasuk aliran air hujan di atas atap, konsep integral permukaan untuk vektor medan sangatlah penting. Untuk sebuah medan vektor  $F(x, y, z)$  yang menggambarkan laju aliran pada setiap titik, fluks yang melalui permukaan  $S$  didefinisikan sebagai:

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$$

di mana  $\mathbf{n}$  merupakan vektor normal satuan yang tegak lurus pada permukaan. Makna fisik dari integral ini adalah volume total fluida yang melewati permukaan dalam satuan waktu. Apabila medan vektor  $F$  berada sejajar dengan permukaan (tangensial), maka fluks yang dihasilkan menjadi nol karena tidak ada bagian aliran yang menembus permukaan. Di sisi lain, hanya komponen normal dari medan vektor yang berkontribusi terhadap total fluks (Bürger et al., 2024).

Penerapan integral permukaan dalam analisis fluks memungkinkan pengukuran aliran yang tidak merata pada permukaan yang rumit. Dalam hal ini, atap rumah dapat dianggap sebagai permukaan yang halus secara bertahap (piecewise smooth surface) dengan sudut dan bentuk yang berbeda-beda (Basuki & Susanto, 2019).

Teorema divergensi, yang sering disebut sebagai Teorema Gauss, menjelaskan hubungan dasar antara integral permukaan pada sebuah permukaan yang tertutup dengan integral volume di dalamnya. Teorema ini menyatakan bahwa jumlah fluks dari suatu medan vektor yang melewati permukaan tertutup sama dengan integral divergensi medan itu di dalam volume yang dibentuk oleh permukaan (Sianturi et al., 2025).

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS = \iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{F}) dV$$

Dalam analisis aliran air hujan yang jatuh di atap, prinsip ini dapat diterapkan untuk memeriksa hukum konservasi massa atau untuk menghitung total fluks jika informasi mengenai distribusi kecepatan aliran tersedia secara menyeluruh dalam volume kontrol tertentu (Marcus Nóbrega Gomes et al., 2026).

Atap sebuah bangunan adalah elemen krusial dalam sistem aliran air di kota karena perannya yang besar terhadap area permukaan yang tidak bisa menyerap air. Dalam area perkotaan, ekspansi area permukaan yang tidak dapat menyerap air akibat pembangunan infrastruktur menyebabkan berkurangnya kemampuan tanah untuk meresap air secara alami, yang berdampak pada peningkatan volume aliran air permukaan dan risiko terjadinya banjir di kota (Qin et al., n.d.). Penelitian yang dilakukan oleh (Ongaga et al., 2024) menunjukkan bahwa dalam jangka waktu 22 tahun, bertambahnya luas permukaan yang tidak dapat menyerap air sebesar 87% menyebabkan limpasan meningkat hingga 84,75% di suatu daerah perkotaan.

Atap sebuah bangunan, yang berfungsi sebagai area yang secara langsung menerima hujan, berperan sebagai lokasi awal untuk aliran air hujan sebelum menuju saluran pembuangan kota. Sifat atap seperti sudut kemiringan, jenis bahan, arah hadap, dan keadaan permukaannya secara keseluruhan mempengaruhi cara air hujan dialirkan, disalurkan, dan akhirnya mengalir dari atap tersebut. Memahami dinamika aliran air pada atap menjadi

penting tidak hanya untuk merancang sistem penangkap air hujan, tetapi juga untuk mengurangi risiko terjadinya banjir di perkotaan (Best et al., n.d.).

Kemiringan atap berpengaruh pada area yang terkena hujan dan laju aliran air dan efektif yang terkena hujan serta kecepatan aliran air. (Montalvo et al., 2025) menunjukkan bahwa pendekatan dalam pemodelan bentuk atap dapat memperkirakan lebar atap tanpa mengurangi ketepatan dalam simulasi aliran air limpasan. Temuan studi menunjukkan bahwa perbedaan antara metode perhitungan geometri atap menjadi tidak penting jika lokasi pembuangan berada pada jarak yang cukup jauh.

## METODE PENELITIAN

### Jenis dan Pendekatan Penelitian

Penelitian ini adalah penelitian dengan pendekatan kuantitatif yang menggunakan metode matematis. Dalam studi ini, dilakukan analisis dengan pemodelan matematis, di mana kalkulus vektor (integral permukaan) digunakan untuk menghitung aliran air hujan yang jatuh di atap rumah.

### Jenis Data

Penelitian ini memanfaatkan data sekunder yang terdiri dari:

- Tingkat curah hujan harian yang diperoleh dari BMKG (Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika).
- Dua skenario intensitas yaitu: 50 mm/hari dan 200 mm/hari.

Tabel 1 Data BMKG Kabupaten Simalungun

Provinsi	Sumatera Utara
Kabupaten/Kota	Simalungun
Kelas Curah Hujan	1. 150 mm 2. 200 mm
Kategori Curah Hujan	Menengah
Luas Atap Rumah	20 M <sup>2</sup>
Sumber Data	<a href="#">Informasi Iklim BMKG  </a>

Sumber : BMKG

### Prosedur Penelitian

Prosedur penelitian ini dilaksanakan melalui beberapa langkah berikut :

- Konversi data = mengubah ukuran hujan dari mm/hari menjadi m/s
- Pemodelan Geometri = Menentukan persamaan bidang atap  $z = 0,5x + 0,2y$  dengan luas bidang proyeksi 20 m<sup>2</sup>
- Penentuan Medan Vektor = Menentukan medan vektor hujan  $F = (0,0,-k)$  yang mengarah ke bawah
- Perhitungan Vektor Normal = Vektor normal bidang  $n = (-0,5,-0,2,1)$  dan faktor kemiringan
- Perhitungan fluks = Menggunakan integral permukaan  $\Phi = \iint_S F \cdot dS$
- Interpretasi hasil = Mengubah hasil ke liter/jam dan menganalisis dampak dari intensitas hujan.

### Teknik Analisis

Analisis dilakukan dengan metode matematis deduktif, yaitu mengambil rumus fluks dari pengertian integral permukaan, lalu menghitungnya secara numerik untuk dua kondisi intensitas hujan. Hasilnya dianalisis secara perbandingan untuk melihat dampak perubahan intensitas terhadap fluks air.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini memiliki tujuan untuk menggunakan konsep integral permukaan dalam meneliti aliran air hujan yang jatuh di atap rumah. Proses analisis dimulai dengan mengubah data intensitas hujan yang diperoleh dari Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG) yang awalnya dalam satuan mm/hari menjadi satuan m/s agar konsisten dengan sistem Satuan Internasional yang dipakai dalam perhitungan fluks. Perubahan ini dilakukan dengan merubah milimeter menjadi meter.



**Gambar 1.** Peta Curah Hujan



**Gambar 2.** Dokumentasi Atap Rumah

### Intensitas Kelas Curah Hujan :

a. 150 mm/hari

Konversi mm → meter

$$1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$$

Konversi hari → detik

$$1 \text{ hari} = 24 \text{ Jam}$$

$$1 \text{ Jam} = 60 \text{ Menit}$$

$$1 \text{ Menit} = 60 \text{ Detik}$$

$$24 \times 60 \times 60 = 86400 \text{ detik}$$

Rumus Umum Konversi :

$$\text{Intensitas (m/s)} = \frac{\text{Curah hujan (mm)} \times 0,001}{86400}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{150 \times 0,001}{86400} \\
&= \frac{0,15}{86400} \\
&= 0,00000174 \text{ m/s} \\
&= 1,74 \times 10^{-6} \text{ m/s}
\end{aligned}$$

**b. 200 mm/hari**

Konversi mm → meter

$$1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$$

Konversi hari → detik

$$1 \text{ hari} = 24 \text{ Jam}$$

$$1 \text{ Jam} = 60 \text{ Menit}$$

$$1 \text{ Menit} = 60 \text{ Detik}$$

$$24 \times 60 \times 60 = 86400 \text{ detik}$$

Rumus Umum Konversi :

$$\begin{aligned}
\text{Intensitas (m/s)} &= \frac{\text{Curah hujan (mm)} \times 0,001}{86400} \\
&= \frac{200 \times 0,001}{86400} \\
&= \frac{0,20}{86400} \\
&= 0,00000231 \text{ m/s} \\
&= 2,31 \times 10^{-6} \text{ m/s}
\end{aligned}$$

**Menentukan Persamaan Atap Miring :**

**a. Curah Hujan 150 mm**

Misalkan ambil sembarang nilai untuk di uji coba ;

$$z = 0,5x + 0,2y$$

Kemiringan atap ini menghasilkan vektor normal permukaan yang dihitung dengan menggunakan rumus :

$$\left( -\frac{\partial z}{\partial x}, -\frac{\partial z}{\partial y}, 1 \right)$$

Hitung turunan parsial:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial z}{\partial x} &= 0,5 \\
\frac{\partial z}{\partial y} &= 0,2
\end{aligned}$$

Medan Vektor Hujan

Medan vektor hujan merupakan gambaran matematis yang menunjukkan arah dan ukuran kecepatan jatuhnya air hujan di setiap lokasi dalam ruang tiga dimensi. Dalam rangka menganalisis fluks air hujan pada atap bangunan, medan vektor hujan dimanfaatkan untuk memodelkan pergerakan air hujan dari atmosfer ke permukaan atap.

Penjabaran :

- a. Hujan terjadi karena pengaruh gaya gravitasi yang ada di bumi
- b. Arah turunnya air adalah secara vertikal ke bawah (sumbu z)  
Oleh karena itu ;
- a. Tidak terdapat pergerakan ke arah  $x \rightarrow 0$
- b. Tidak terdapat pergerakan ke arah  $y \rightarrow 0$
- c. Arah jatuhnya air hujan hanyalah ke bawah  $\rightarrow -k$

Maka ;

$$(0, 0, -k)$$

$$\vec{F} = (0, 0, -1,74 \times 10^{-6})$$

**b. Rumus Fluks**

Fluks di definisikan sebagai :

$$\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

Permukaan  $z = f(x, y)$ :

$$\iint_R \vec{F} \cdot (-f_x, -f_y, 1) dA$$

Menghitung Dot Product

$$(0, 0, -k) \cdot (-0,5, -0,2, 1)$$

$$= 0 + 0 + (-k)(1)$$

$$= -k$$

Dengan:

$$k = 1,74 \times 10^{-6}$$

**c. Faktor Kemiringan :**

$$\Phi = -k \iint_R dA \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$$

$$= \sqrt{1 + (0,5)^2 + (0,2)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 0,25 + 0,04}$$

$$= \sqrt{1,29}$$

$$= 1,136$$

**d. Menghitung Luas Atap Rumah :**

$$\iint_R dA = 20 \text{ m}$$

**e. Mencari Hasil Integral :**

$$\iint_R (-k) \sqrt{1,29} dA$$

$$= -k \cdot 1,136 \iint_R dA$$

$$= - (1,74 \times 10^{-6} \text{m/s}) \times 1,136 \times 20 \text{ M}^2$$

$$= 1,74 \times 1,136 = 1,977$$

$$= 1,977 \times 20 = 39,54$$

$$= 39,54 \times 10^{-6}$$

$$= 3,95 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

**f. Interpretasi Hasil :**

Nilai mutlak:

$$3,95 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

Menghitung Dalam Waktu 1 jam:

$$0,0000395 \times 3600 = 0,142 \text{ m}^3 \text{ atau } 142 \text{ liter/jam}$$

**Curah Hujan 200mm**

Misalkan ambil nilai sembarang untuk di uji coba ;

$$z = 0,5x + 0,2y$$

Gunakan rumus vektor normal untuk permukaan :

$$\left(-\frac{\partial z}{\partial x}, -\frac{\partial z}{\partial y}, 1\right)$$

Hitung turunan parsial :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 0,5$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0,2$$

Penjelasannya:

- Hujan terjadi karena pengaruh gaya gravitasi yang ada di bumi.
- Arah turunnya air adalah secara vertikal ke bawah (sumbu z)

Oleh karena itu :

**a. Medan Vektor Hujan**

- Tidak terdapat pergerakan ke arah x  $\rightarrow 0$
- Tidak terdapat pergerakan ke arah y  $\rightarrow 0$
- Arah jatuhnya air hujan hanyalah ke bawah  $\rightarrow -k$

Maka:

$$(0,0,-k)$$

$$(0,0,-2,31 \times 10^{-6})$$

**b. Rumus Fluks**

$$\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

**c. Menghitung permukaan  $z = f(x, y)$ :**

$$\iint_R \vec{F} \cdot (-f_x, -f_y, 1) dA$$

**d. Hitung Dot Product**

$$(0,0,-k) \cdot (-0,5,-0,2,1)$$

$$= 0 + 0 + (-k)(1)$$

$$= -k$$

Dengan:

$$k = 2,31 \times 10^{-6}$$

**e. Faktor Kemiringan**

$$\sqrt{1 + (0,5)^2 + (0,2)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 0,25 + 0,04}$$

$$= \sqrt{1,29}$$

$$= 1,136$$

**f. Menghitung Luas Atap Rumah :**

$$\iint_R dA = 20 \text{ M}$$

**g. Mencari Hasil Perhitungan Integral :**

$$\iint_R (-k) \sqrt{1,29} dA$$

$$= -k \cdot 1,136 \iint_R dA$$

$$= -(2,31 \times 10^{-6} \text{ m/s}) \times 1,136 \times 20 \text{ M}^2$$

$$= 2,31 \times 1,136$$

$$= 2,62416$$

$$\begin{aligned}
&= 2,62416 \times 20 \\
&= 52,4832 \\
&= 52,4832 \times 10^{-6} \\
&= 5,25 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}
\end{aligned}$$

**h. Interpretasi Hasil :**

Nilai mutlak:

$$5,25 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

Dalam 1 jam:

$$0,0000525 \times 3600 = 0,189\text{M}^3 \text{ atau } 189 \text{ liter/jam}$$

**Analisis Lebih Lanjut :**

Dari hasil perhitungan, peningkatan intensitas hujan sebesar 33,3% (150 mm/hari ke 200 mm/hari) menghasilkan peningkatan fluks sebesar 33,1% (142 liter/jam ke 189 liter/jam). Hal ini memperlihatkan bahwa fluks berbanding lurus dengan intensitas hujan, sesuai dengan prinsip linearitas pada persamaan fluks

Nilai faktor kemiringan  $\sqrt{1,29} = 1,136$  mengindikasikan bahwa luas permukaan atap aktual lebih besar dibandingkan luas proyeksinya. Apabila atap berbentuk datar (tanpa kemiringan), faktor kemiringan bernilai 1, sehingga fluks yang dihasilkan lebih kecil. Dengan demikian, kemiringan atap memperluas bidang permukaan yang terpapar hujan, yang berdampak pada peningkatan volume air yang dapat ditampung.

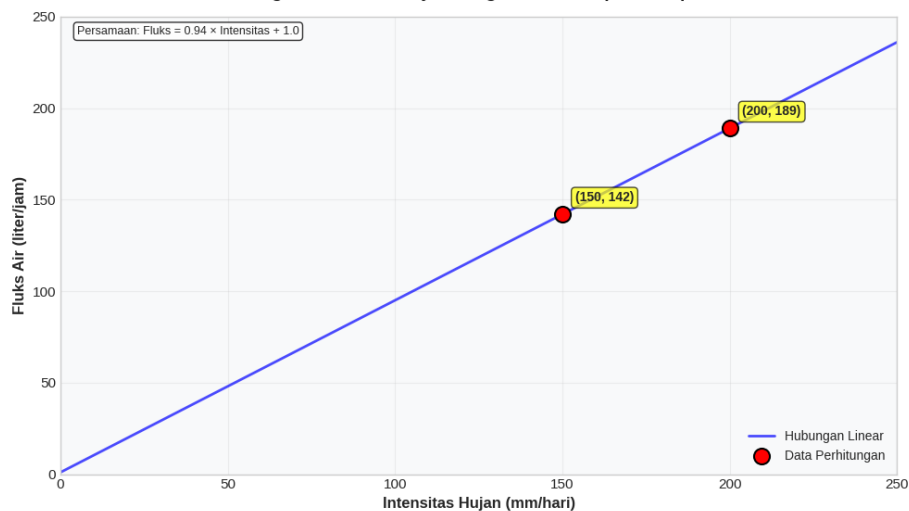
Dengan demikian, pada atap miring seluas 20 M<sup>2</sup> dengan curah hujan 200 mm/hari, diperoleh jumlah air hujan yang jatuh mencapai sekitar 189 liter per jam. Angka ini menunjukkan peningkatan dibandingkan kondisi hujan 150 mm/hari, sekaligus menggambarkan pengaruh intensitas hujan dan kemiringan atap terhadap besarnya fluks air.

**DATA HASIL PERHITUNGAN**

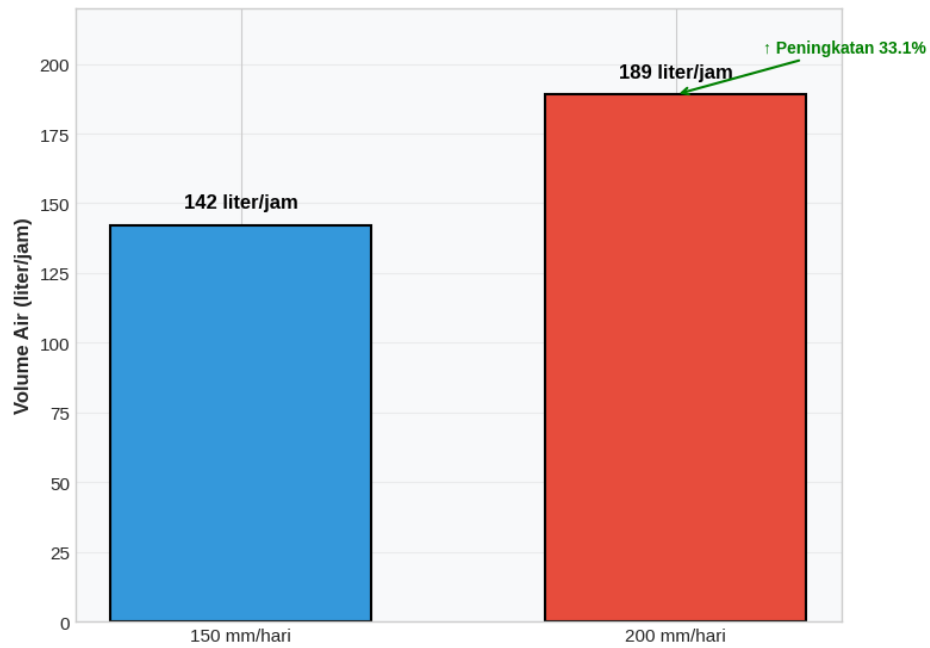
-----  
Intensitas 150 mm/hari : 142 liter/jam = 3.95e-05 m<sup>3</sup>/s  
Intensitas 200 mm/hari : 189 liter/jam = 5.25e-05 m<sup>3</sup>/s  
Luas proyeksi atap : 20 m<sup>2</sup>  
Faktor kemiringan : 1.136

**Gambar 3.** Data hasil perhitungan

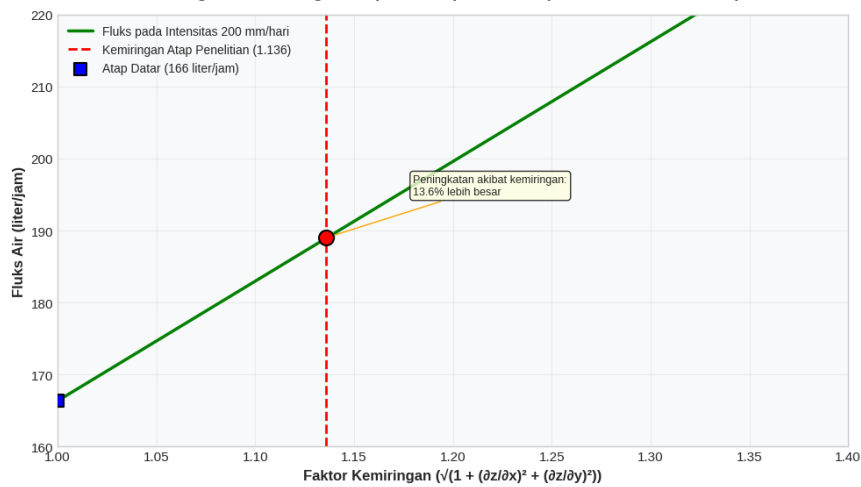
Hubungan Intensitas Hujan dengan Fluks Air pada Atap 20 m<sup>2</sup>



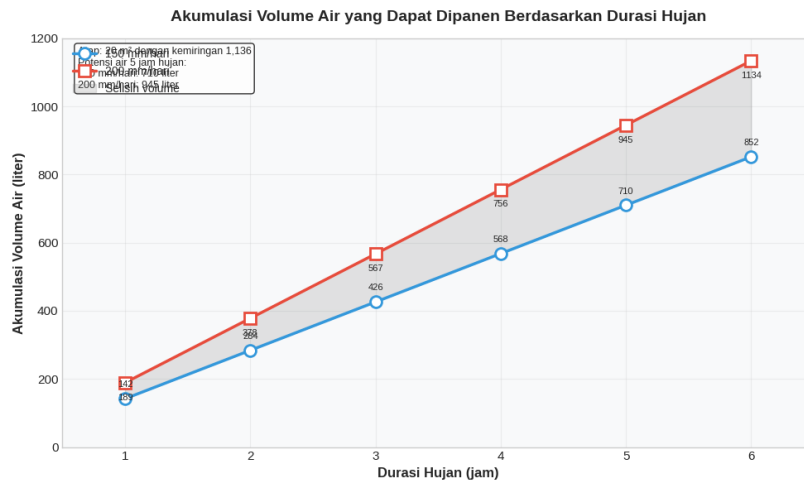
**Gambar 4.**  
Hubungan Intensitas Hujan Dengan Fluks Air Pada Atap Rumah  
Perbandingan Volume Air per Jam pada Dua Intensitas Hujan



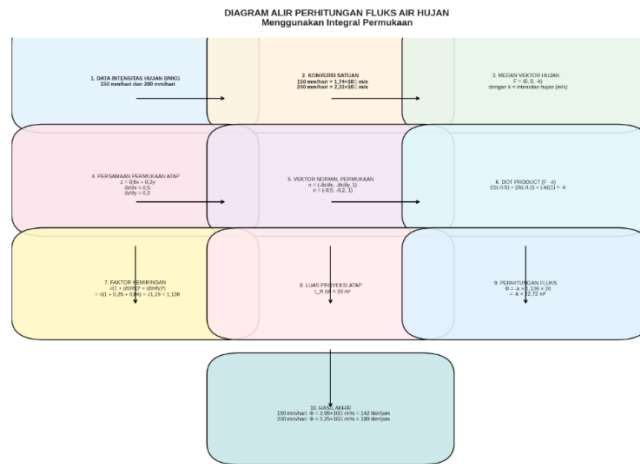
**Gambar 5.** Perbandingan Volume Air  
Pengaruh Kemiringan Atap terhadap Fluks Air (Intensitas 200 mm/hari)



**Gambar 6.** Pengaruh Kemiringan Atap

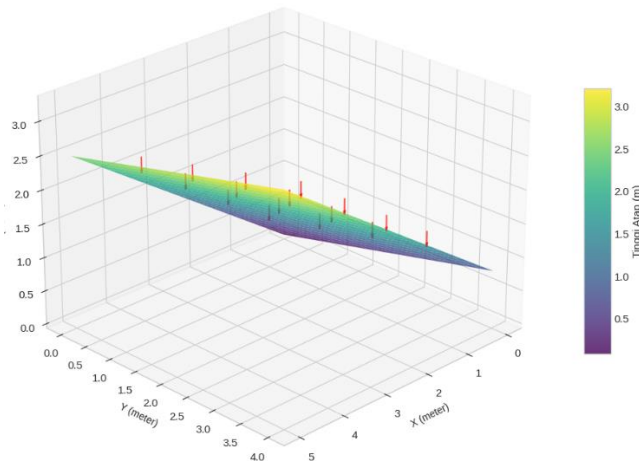


**Gambar 7.**  
**Akumulasi Volume Air**



**Gambar 8.**  
**Diagram Alir Perhitungan Fluks Air Hujan**

Visualisasi Atap Miring dengan Medan Vektor Hujan (Panah Merah)



**Gambar 9.** Pengaruh Kemiringan Atap

## KESIMPULAN

Dengan memanfaatkan konsep integral permukaan dari kalkulus vektor, penelitian ini menganalisis fluks air hujan pada atap rumah. Atap dimodelkan sebagai bidang miring dengan persamaan  $z = 0,5x + 0,2y$  dan luas proyeksi  $20 \text{ M}^2$ , sementara medan vektor hujan diasumsikan vertikal ke bawah. Perhitungan dilakukan untuk dua skenario intensitas hujan:  $150 \text{ mm/hari}$  menghasilkan fluks  $142 \text{ liter/jam}$ , sedangkan  $200 \text{ mm/hari}$  menghasilkan fluks  $189 \text{ liter/jam}$ .

Dari hasil penelitian terlihat bahwa peningkatan intensitas hujan sebesar  $33,3\%$  menyebabkan fluks naik  $33,1\%$ , menandakan hubungan linear yang erat antara intensitas hujan dan fluks air. Selain itu, kemiringan atap dengan faktor  $\sqrt{1,29} \approx 1,136$  memperbesar luas permukaan efektif yang terkena hujan, sehingga volume air yang terkumpul ikut meningkat.

Penelitian ini juga membuktikan bahwa integral permukaan adalah alat yang efektif dan sistematis untuk menghitung fluks pada permukaan kompleks seperti atap miring. Dengan kemampuannya mempertimbangkan variasi spasial dan bentuk geometri, pendekatan ini memberikan hasil yang lebih akurat dibanding metode pendekatan sederhana.

Dalam penerapan praktis, temuan ini dapat menjadi acuan teknis dalam merancang sistem pemanenan air hujan dan pengelolaan limpasan air hujan di perkotaan. Mengetahui perkiraan volume air yang dapat dikumpulkan memungkinkan penentuan kapasitas tangki dan sistem drainase yang lebih tepat. Pendekatan ini juga mendukung upaya mitigasi banjir perkotaan melalui pemodelan hidrologi yang lebih presisi.

Dengan demikian, integrasi konsep matematika terapan seperti integral permukaan ke dalam kajian hidrologi perkotaan membuka peluang untuk mengembangkan model yang lebih adaptif terhadap dinamika curah hujan dan variasi karakteristik fisik bangunan.

Untuk pengembangan yang lebih lanjut, disarankan agar hasil pemodelan diverifikasi menggunakan data eksperimen lapangan untuk menguji seberapa tepat perhitungan yang dilakukan. Variasi bentuk atap yang lebih rumit, seperti atap miring atau lengkung, juga seharusnya diteliti untuk mengevaluasi adaptabilitas metode. Selain itu, memperhitungkan variasi dalam waktu dan tempat dari intensitas hujan akan membuat model lebih realistis. Akhirnya, menggabungkan hasil aliran dari atap ke dalam keseluruhan sistem drainase

perkotaan bisa meningkatkan kontribusi studi ini dalam perencanaan pengelolaan air hujan dan pencegahan banjir di kota.

## Ucapan Terimakasih

Puji syukur penulis haturkan kepada Tuhan Yang Maha Esa, karena berkat dan kasih-Nya, penulis telah berhasil menyelesaikan jurnal penelitian yang berjudul “Penerapan Integral Permukaan Dalam Analisis Fluks Air Hujan Pada Atap Rumah”.

Dalam kesempatan ini, penulis ingin mengungkapkan rasa terima kasih yang mendalam kepada semua pihak yang telah mendukung, membimbing, dan memberikan motivasi selama proses penyusunan jurnal ini. Ucapan terima kasih khusus penulis sampaikan kepada:

1. Bapak/Ibu Dosen Pembimbing, yang telah menyisihkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk memberikan bimbingan, arahan, serta saran-saran berharga yang sangat membantu dari awal hingga jurnal ini selesai. Pengetahuan dan kebijaksanaan yang Bapak/Ibu berikan menjadi aset berharga.
2. Rekan-Rekan Satu Tim Penelitian, atas semangat kerja sama, diskusi yang dinamis, serta dedikasi dan usaha yang tiada henti. Kerjasama kita dalam menganalisis data, menyelesaikan kendala teknis, dan merampungkan naskah adalah pengalaman yang sangat mengesankan. Terima kasih atas setiap gagasan, kritik, serta canda tawa yang membuat proses ini semakin berwarna.
3. Seluruh Teman-Teman, terima kasih atas dukungan moril, kebersamaan, dan motivasi yang selalu ada. Sesi berbagi dan dorongan dari kalian memberikan semangat tersendiri di saat-saat sulit.
4. Keluarga Tercinta, terutama kepada kedua orang tua, penulis haturkan terima kasih atas doa, kasih sayang, dukungan materi, dan moral yang tiada henti. Perhatian dan pengorbanan yang tulus dari orang tua merupakan fondasi yang menguatkan penulis sepanjang perjalanan ini.

## DAFTAR PUSTAKA

Data BMKG : [Informasi Iklim BMKG |](#)

- Basuki, I., & Susanto, F. (2019). Aliran Fluida Laminer Pada Pipa Non Horizontal. *JEECAE (Journal of Electrical, Electronics, Control, and Automotive Engineering)*, 4(2), 301–305. <https://doi.org/10.32486/jeecae.v4i2.435>
- Best, U., Practices, M., & Management, R. (n.d.). *An innovative model for integrating water sensitive urban design in architectural practice*. 2, 89–96.
- Bürger, R., Khan, A., Méndez, P. E., & Ruiz-Baier, R. (2024). A divergence-conforming method for flow and double-diffusive transport. *Pamm*, 24(4), 1–12. <https://doi.org/10.1002/pamm.202400201>
- Ghaffarian, S. (2024). Assessment and Modeling of Green Roof System Hydrological Effectiveness in Runoff Control : A Case Study in Dublin. *IEEE Access*, 12(November), 189689–189709. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3516313>
- Göbner, D. (2025). *Year-Round Modeling of Evaporation and Substrate Temperature of Two Distinct Green Roof Systems*. 1–24.
- Lay, J. J., Vogel, J. R., Belden, J. B., Brown, G. O., & Storm, D. E. (2024). *Water Quality and the First-Flush Effect in Roof-Based Rainwater Harvesting, Part II : First Flush*.
- Lay, J., Student, M. S., & Hall, A. (2011). *Quantifying the First Flush in Rooftop Rainwater Harvesting Through Continuous Monitoring and Analysis of Stormwater Runoff*. c(July), 2–7.
- Marcus Nóbrega Gomes, M. N. G., Brasil, J. A. T., Johnson, D., Papagiannakis, A. T., & Giacomoni, M. H. (2026). A coupled Darcy–Richards framework for hydrological modeling of permeable pavements, green roofs, and bioretention systems. *Environmental Modelling*

- and Software*, 197(August 2025), 106766. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2025.106766>
- Maykot, J. K. (2025). *Characterisation of First Flush for Rainwater Harvesting Purposes in Buildings*.
- Montalvo, C., Sañudo, E., Cea, L., Chen, A. S., Puertas, J., & Evans, B. (2025). Strategies for modelling roofs on large-scale urban drainage models focusing on incomplete data scenarios. *Urban Climate*, 60(September 2024). <https://doi.org/10.1016/j.uclim.2025.102362>
- Ongaga, C. O., Makokha, M., Obiero, K., Kipkemoi, I., & Diang'a, J. (2024). Urbanization and hydrological dynamics: a 22-year assessment of impervious surface changes and runoff in an urban watershed. *Frontiers in Water*, 6(December), 1–18. <https://doi.org/10.3389/frwa.2024.1455763>
- Pumo, D., Ippolito, M., Alongi, F., Francipane, A., & Noto, L. V. (2025). Science of the Total Environment Modelling the hydrological response of blue-green roofs : ECO-PRO model. *Science of the Total Environment*, 976(April), 179299. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2025.179299>
- Qin, X., Wu, Y., Huang, H., Yang, X., Society, L. G.-S. C. and, & 2025, undefined. (n.d.). Impact of impervious surface spatial morphologies on urban waterlogging: Insights from a cascade modeling chain at catchment scale. *ElsevierX Qin, Y Wu, H Huang, X Yang, L Gao Sustainable Cities and Society, 2025•Elsevier*. Diambil 27 Maret 2026, dari <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S221067072500784X>
- Sianturi, A. C., Pasaribu, C. I., Panjaitan, T. F. B., & ... (2025). Studi Konvergensi dan Divergensi Barisan serta Deret pada Ruang Bilangan Real: A Study of the Convergence and Divergence of Sequences and Series in the .... *Matematika & Ilmu ...*, 3, 83–87. <https://mathedu.joln.my.id/index.php/edu/article/view/93%0Ahttps://mathedu.joln.my.id/index.php/edu/article/download/93/93>
- Vektor, P. K. (2025). *No Title*. 7(2).