

PEMODELAN DAN IMPLEMENTASI PEMBANGKITAN MOTIF SIMETRIS BERBASIS GRUP FRIEZE DAN KRISTALOGRAFI DALAM APLIKASI WEB INTERAKTIF

Rani Febriani Sinuhaji¹, Sadani Oktavia Sirait², Silpiani³,
Septa Riana Tarigan⁴, Dinda Kartika⁵

ranifebriani2020@gmail.com¹, sadanioctaviasrt@gmail.com², silpiani0605@gmail.com³,
septariatarigan519@gmail.com⁴, dindakartika@unimed.ac.id⁵

Universitas Negeri Medan

ABSTRAK

Simetri merupakan konsep fundamental dalam matematika yang memiliki peran penting dalam seni dan desain visual. Penelitian ini mengembangkan sebuah aplikasi web interaktif untuk membangkitkan motif simetris berdasarkan grup Frieze dan grup kristalografi. Metodologi yang digunakan mencakup identifikasi konsep simetri, perancangan antarmuka web, pengkodean fungsi transformasi, serta pengujian fitur sistem. Melalui pendekatan teoritis menggunakan grup isometri dua dimensi—translasi, rotasi, refleksi, dan refleksi geser—sistem dirancang agar pengguna dapat memilih bentuk motif (bintang lima, segitiga, lingkaran, hati), menentukan jenis transformasi, serta mengatur warna, ukuran, dan tampilan visual lainnya. Aplikasi diimplementasikan menggunakan teknologi HTML dan JavaScript, dengan antarmuka yang responsif dan intuitif. Hasil pengujian menunjukkan bahwa sistem mampu menghasilkan 28 variasi motif yang valid dan konsisten dengan kaidah simetri matematis. Selain sebagai media eksplorasi desain, aplikasi ini juga berfungsi sebagai sarana edukatif yang interaktif dalam memahami konsep simetri secara visual dan aplikatif.

Kata Kunci: Simetri, Grup Frieze, Grup Kristalografi, Motif Simetris, Aplikasi Web, Isometri, Pola Geometris, Desain Interaktif.

PENDAHULUAN

Simetri merupakan salah satu konsep fundamental dalam matematika yang memainkan peran penting dalam memahami keteraturan dan keindahan bentuk geometris. Studi tentang simetri secara formal dilakukan melalui teori grup, khususnya grup isometri yang mencakup transformasi-transformasi seperti translasi, rotasi, refleksi, dan refleksi geser (Fran et al., 2017). Simetri rotasi, misalnya, menggambarkan kondisi di mana suatu objek tampak identik setelah diputar dengan sudut tertentu. Untuk mencapai simetri antara dua objek, keduanya harus memiliki bentuk dan ukuran yang identik, meskipun dengan orientasi yang berbeda (Kotoky, 2024).

Dalam kajian simetri dua dimensi, terdapat dua sistem klasifikasi utama yang sering dijadikan acuan, yaitu grup Frieze dan grup kristalografi. Grup Frieze mewakili pola simetri satu arah (linear), sedangkan grup kristalografi mencerminkan pola dua arah (bidimensional). Kedua sistem ini sangat berguna dalam analisis pola-pola berulang dan keteraturan geometris dalam bidang datar (Panjaitan et al., 2022). Grup Frieze, atau dikenal sebagai group frieze. Grup frieze adalah suatu grup simetri yang diciptakan dari translasi satu arah dan selanjutnya membentuk pola linear yang berulang satu arah (Cooper, 2013). Grup simetri adalah himpunan isometri yang membentuk suatu grup dengan menggunakan operasi komposisi fungsi. Pola Frieze mempunyai ciri khas yaitu selalu dibentuk oleh translasi Rahmawati dkk. (2018). Pola frieze merupakan suatu grup diskret yang termasuk dalam grup simetri bidang yang dimana merupakan subgrup dari translasi yang isomorfik (Gallian, 2010). Pola frieze memiliki simbol pola grup frieze berdasarkan karakter. Terdapat dua karakter pada pola frieze. Karakter 1 yaitu (1) jika tidak ada refleksi vertikal dan (m) jika ada refleksi vertikal. Karakter 2 yaitu (1) jika tidak ada isometri yang lain, (m) jika ada

refleksi horizontal, (g) jika ada glide reflection horizontal, dan (2) jika ada halfturn. Simetri simetri yang terbentuk dalam pola frieze adalah translasi, rotasi, refleksi vertical/horizontal atau glide reflection (Andriani & Muchyidin, 2020). Pola Frieze membentuk 7 pola berbeda. Grup ini dibentuk melalui translasi satu arah dan menghasilkan pola linier yang berulang, yang sering ditemukan dalam seni ornamen dan dekoratif (Cicilia et al., 2022).

Sementara itu, grup kristalografi adalah grup simetri tak hingga yang didalamnya terdapat dua translasi atau pergeseran. Grup ini dapat mengisi suatu bidang datar dengan poligon yang kongruen tanpa tumpang tindih kecuali pada sisi-sisinya. Poligon-poligon tersebut dapat diisi menggunakan sebuah pola dasar sehingga nantinya dapat terbentuk suatu motif. Menurut (Gallian, 2006) terdapat 17 grup yang termasuk ke dalam grup kristalografi. Setiap grup dapat membentuk suatu motif yang berbeda-beda. Pola Kristalografi merupakan pola datar pada bidang dua dimensi yang membentuk sebuah kisi. Pada pola Kristalografi terdapat 5 tipe kisi satuan yaitu persegi, jajar genjang, belah ketupat, jajar genjang dan heksagonal. (Liu & Collins, 1998). Bidang dua dimensi memiliki empat jenis simetri: pergeseran (translasi), pencerminan (refleksi), perputaran (rotasi), pantul geser (glide reflection). (Maulidya & Sihombing, 2018).

Grup kristalografi merepresentasikan pola berulang dalam dua arah dan membentuk kisi dalam bidang dua dimensi dengan lima jenis kisi satuan, yaitu persegi, persegi panjang, belah ketupat, jajar genjang, dan heksagonal. Keempat jenis isometri—translasi, refleksi, rotasi, dan pantulan geser—muncul sebagai elemen dasar dalam pola-pola tersebut (Panjaitan et al, 2022). Grup simetri itu sendiri merupakan himpunan dari isometri yang memenuhi aksioma-aksioma grup dengan komposisi fungsi sebagai operasinya. Keempat jenis transformasi isometrik—translasi, refleksi, rotasi, dan refleksi geser—secara matematis membentuk struktur grup yang memungkinkan pemodelan dan analisis sistematis terhadap pola-pola simetris (Sinaga & Kartika, 2023). Pemanfaatan teori grup dalam membangkitkan motif simetris tidak hanya relevan dalam ranah teoretis, namun juga memiliki aplikasi praktis, khususnya dalam bidang desain ornamen dan pola.

Dengan berkembangnya teknologi digital, implementasi konsep-konsep matematika dalam media interaktif menjadi semakin penting. Website sebagai media digital dapat digunakan untuk menyediakan informasi dan alat bantu visual secara interaktif kepada pengguna. Website interaktif memungkinkan pengguna untuk berinteraksi langsung dengan konten yang disediakan, dengan adanya kontrol dari moderator untuk mengelola dan menyaring topik-topik yang dibahas (pratama & Meilinda, 2018).

Secara umum, terdapat 7 jenis pola dasar dalam grup Frieze dan 17 pola dalam grup kristalografi yang dapat dikembangkan menjadi variasi motif berbeda (Sinaga & Kartika, 2023). Berdasarkan hal tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan sebuah aplikasi berbasis web interaktif yang dapat membangkitkan motif-motif simetris berdasarkan grup Frieze dan grup kristalografi. Dengan pendekatan ini, diharapkan pengguna dapat memahami konsep simetri secara visual dan interaktif serta menerapkannya dalam pembuatan desain ornamen.

METODE

Metodologi yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari beberapa tahapan utama, yaitu: identifikasi konsep simetri, perancangan antarmuka aplikasi, implementasi fungsi-fungsi pembangkitan motif berbasis grup Frieze dan kristalografi, serta pengujian terhadap fitur-fitur yang telah dikembangkan. Setiap tahapan dijelaskan sebagai berikut

1. Identifikasi Konsep Simetri dan Motif

Tahap awal dilakukan dengan mengkaji konsep dasar simetri dalam matematika, khususnya teori grup isometri dua dimensi yang mencakup translasi, rotasi, refleksi, dan

glide reflection. Kajian ini diarahkan pada dua klasifikasi simetri, yaitu grup Frieze (untuk pola satu arah) dan grup kristalografi (untuk pola dua arah). Berdasarkan kajian tersebut, dipilih empat bentuk motif dasar yang umum digunakan, yaitu bintang lima, segitiga, lingkaran, dan hati.

2. Perancangan Aplikasi Web Interaktif

Perancangan aplikasi web dilakukan dengan mengutamakan tampilan antarmuka yang sederhana dan mudah digunakan. Desain mencakup beberapa elemen utama, yaitu:

- Menu dropdown untuk memilih jenis grup simetri (Frieze dan kristalografi),
- Pilihan bentuk motif,
- Fitur pengaturan warna dan ukuran,
- Slider untuk mengatur tingkat zoom,
- Tombol penyimpanan hasil gambar.

Antarmuka juga dilengkapi dengan area tampilan yang akan menampilkan hasil pembangkitan motif secara real-time berdasarkan input pengguna

3. Implementasi Fungsi Transformasi Simetri

Tahap implementasi melibatkan pengkodean fungsi-fungsi yang merepresentasikan transformasi isometri. Setiap tombol yang disediakan memiliki fungsi spesifik untuk membangkitkan motif simetris berdasarkan transformasi berikut:

- Translasi, refleksi vertikal, dan glide reflection untuk grup Frieze.
- P4, PM, P6, dan CMM untuk grup kristalografi.

Setiap transformasi dilakukan secara visual melalui manipulasi elemen-elemen grafis pada halaman web, dengan memanfaatkan pustaka pemrograman berbasis JavaScript dan teknologi grafis berbasis HTML.

4. Pengujian Fungsi Aplikasi

Setelah seluruh elemen sistem diimplementasikan, dilakukan pengujian terhadap masing-masing fitur yang telah dikembangkan. Pengujian dilakukan dengan menjalankan fungsi-fungsi pembangkitan motif untuk setiap bentuk dan jenis simetri. Validitas hasil diuji dengan mengecek apakah tampilan motif sesuai dengan aturan transformasi simetri yang berlaku. Selain itu, pengujian juga mencakup fungsi penyimpanan hasil gambar untuk memastikan file dapat diunduh oleh pengguna dengan kualitas yang baik.

HASIL DAN PEMBAHASAN

a) motif

Terdapat 4 pilihan motif yang akan dibangkitkan yaitu bintang lima, segitiga, lingkaran dan hati.



Gambar 1. Motif yang akan dibangkitkan.

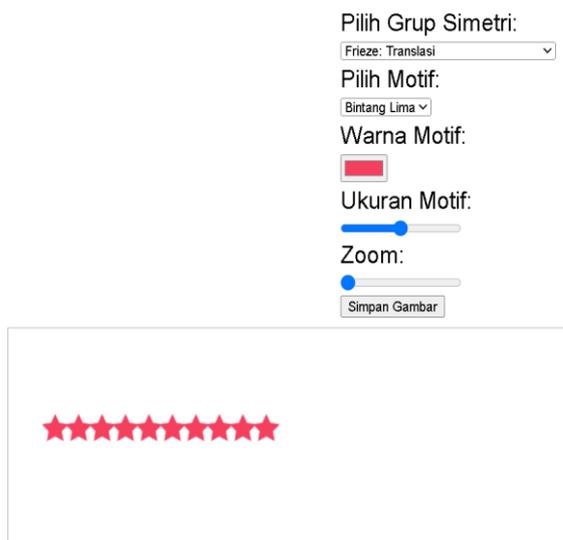
b) Analisis Kebutuhan Sistem

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, sistem ini dirancang agar pengguna dapat melakukan beberapa hal penting. Pertama, pengguna dapat memilih gambar simetri berupa bentuk motif seperti bintang lima sesuai dengan kebutuhan. Selain itu, pengguna juga bisa menentukan jenis grup simetri, seperti grup Wallpaper CMM (Refleksi Ganda), untuk membangkitkan pola motif yang diinginkan. Pengguna diberikan kebebasan dalam menyesuaikan tampilan motif yang memiliki fitur pengaturan warna, ukuran, serta tingkat zoom. Hasil dari proses pembangkitan motif simetris ini juga dapat disimpan melalui tombol “Simpan Gambar” yang telah disediakan.

c) Desain Tampilan Web

Tampilan pada web ini dirancang agar mudah digunakan oleh siapa saja, khususnya mahasiswa atau pengguna umum yang ingin mempelajari konsep simetri dalam matematika maupun seni visual. Di dalam antarmuka web, terdapat beberapa fitur utama seperti menu dropdown untuk memilih jenis grup simetri, pilihan bentuk motif, serta kontrol slider untuk mengatur ukuran dan zoom dari motif tersebut. Semua komponen ini disusun secara sistematis agar pengguna dapat dengan cepat memahami cara kerja web dan langsung melihat hasil motif simetris pada area tampilan gambar. Desain antarmuka ini mempermudah proses eksplorasi pola simetri secara interaktif.

Pembangkitan Model dengan Grup Frieze dan Grup Kristalografi



Gambar 2. Desain tampilan WEB.

d) Hasil Implementasi pada aplikasi Web

Pada tahap ini dilakukan cara perkodingan untuk mengaktifkan setiap tombol yang digunakan user, tombol-tombol tersebut sudah dirancang agar konsumen dapat lebih mudah menggunakannya. Tabel 1 berikut ini fungsi dan penjelasan dari tombol yang telah dirancang.

Tabel 1. Fungsi setiap komponen tampilan WEB

| Komponen Tampilan | Fungsi |
|---------------------------|---|
| Bintang lima | Menampilkan motif bintang lima |
| Segitiga | Menampilkan motif segitiga |
| Lingkaran | Menampilkan motif lingkaran |
| Hati | Menampilkan motif hati |
| Pilih grup simetri | Digunakan untuk menampilkan grup friezer dan grup kristalografi |
| Pilih motif | Digunakan untuk menampilkan motif apa saja yang dapat dibangkitkan |
| Warna motif | Digunakan untuk menentukan warna yang cocok pada gambar yang dibangkitkan |
| Ukuran motif | Digunakan untuk menentukan ukuran gambar yang dibangkitkan |
| Zoom | Digunakan untuk memperbesar tampilan gambar yang telah dibangkitkan |
| Simpan gambar | Digunakan untuk menyimpan hasil gambar yang telah dibangkitkan |

| | |
|--------------------------|---|
| Translasi | Tombol yang digunakan untuk membuat hasil gambar yang dibangun oleh translasi |
| Refleksi vertikal | Tombol yang digunakan untuk membuat hasil gambar yang dibangun oleh Refleksi vertikal |
| Glide reflection | Tombol yang digunakan untuk membuat hasil gambar yang dibangun oleh Glide reflection |
| P4 | Tombol yang digunakan untuk membuat hasil gambar yang dibangun oleh rotasi 90 ⁰ |
| PM | Tombol yang digunakan untuk membuat hasil gambar yang dibangun oleh refleksi horizontal |
| P6 | Tombol yang digunakan untuk membuat hasil gambar yang dibangun oleh rotasi 60 ⁰ |
| CMM | Tombol yang digunakan untuk membuat hasil gambar yang dibangun oleh refleksi ganda |
| Layar | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Tempat tampilan hasil motif yang telah dipilih ▪ Tempat tampilan hasil motif yang telah dibangkitkan menggunakan grup friezer dan grup kristalografi |

e) Melakukan Pengujian

Pada tahap ini, dimana akan diuji kepada semua users apakah seluruh tombol yang telah diaktifkan dapat berjalan dengan baik dan lancar.

| Pengujian | Hasil yang diharapkan | Hasil pengujian | Kesimpulan |
|---|--|------------------------|-------------------|
| Menjalankan setiap tampilan motif yang telah dipilih. | Dapat menampilkan dan menjalankan motif yang telah dipilih | Sesuai harapan | Valid |
| Tampilan motif muncul pada layar | Motif yang telah dipilih dapat muncul pada tampilan layar | Sesuai harapan | Valid |
| Seluruh tombol pembangkit pada friezer dapat diakses | Dapat diakses sesuai fungsi masing-masih pilihan pola | Sesuai harapan | Valid |
| Seluruh tombol pembangkit pada kristalografi dapat diakses | Dapat diakses sesuai fungsi masing-masih pilihan pola | Sesuai harapan | Valid |

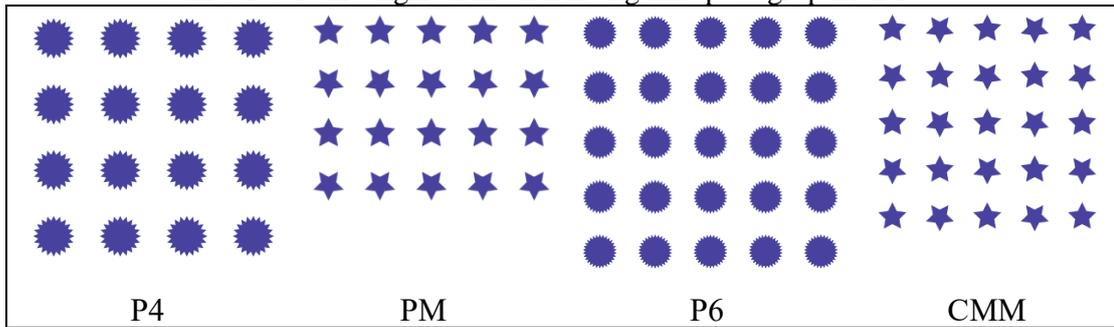
f) Hasil motif yang telah dibangkitkan

Pada tahap ini, telah menghasilkan motif baru melalui motif yang telah di input dan dilakukan penyimpanan untuk menyimpan hasil pembangkitan yang diinginkan. Dari motif tersebut terdapat 28 motif hasil dari pembangkitan menggunakan grup friezer dan grup kristalografi.

- Motif bintang lima adalah pola atau desain yang menampilkan bentuk bintang dengan lima sudut atau lima sisi.

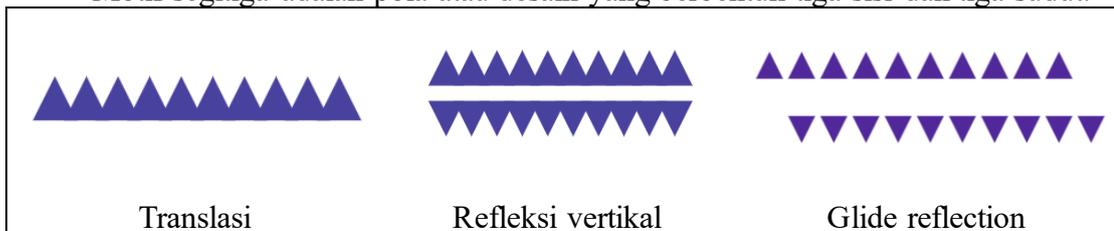


Gambar 3. Pembangkitan motif Bintang lima pada grup friezer.

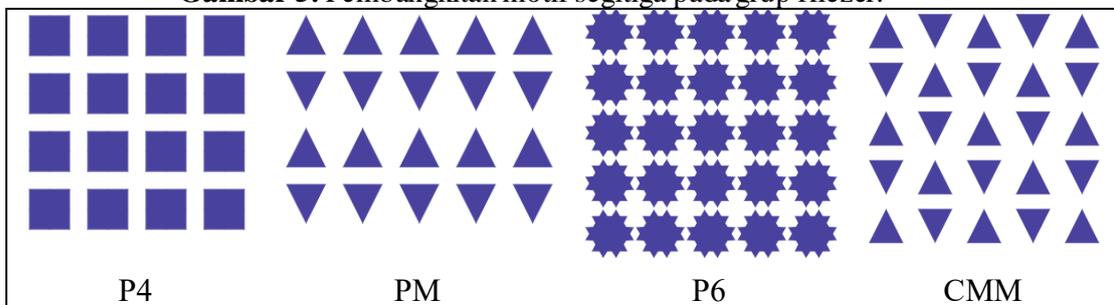


Gambar 4. Pembangkitan motif Bintang pada grup kristalografi.

- Motif segitiga adalah pola atau desain yang berbentuk tiga sisi dan tiga sudut.



Gambar 5. Pembangkitan motif segitiga pada grup friezer.

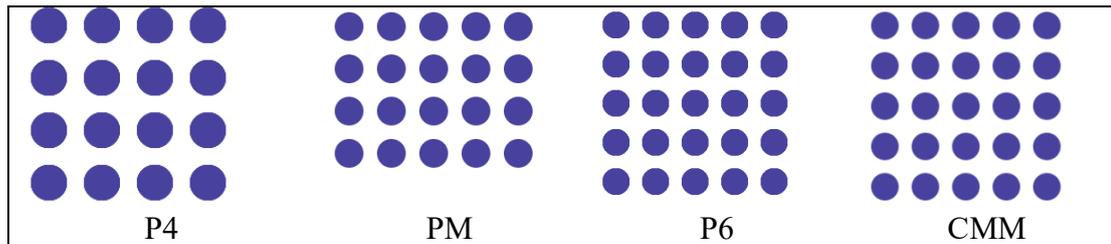


Gambar 6. Pembangkitan motif segitiga pada grup kristalografi.

- Motif lingkaran adalah pola atau desain berbentuk bulat sempurna tanpa sudut, dan memiliki makna yang kuat dalam berbagai budaya dan seni.



Gambar 7. Pembangkitan motif lingkaran pada grup friezer.

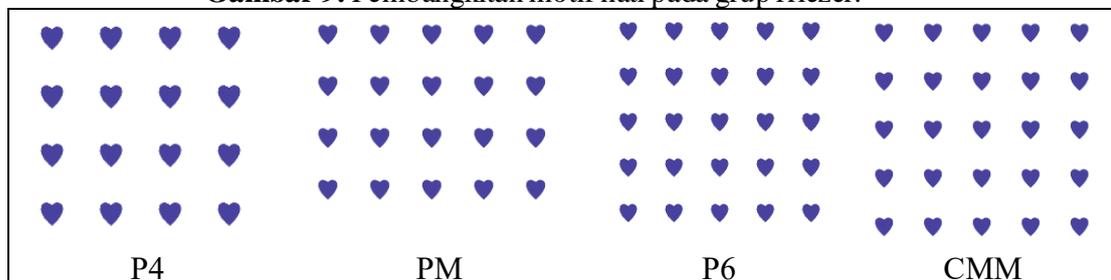


Gambar 8. Pembangkitan motif lingkaran pada grup kristalografi.

- Motif hati adalah pola berbentuk simbol hati (love) yang sering diasosiasikan dengan perasaan, kasih sayang, dan cinta.



Gambar 9. Pembangkitan motif hati pada grup friezer.



Gambar 10. Pembangkitan motif hati pada grup kristalografi.

KESIMPULAN

Penelitian ini berhasil memodelkan serta mengimplementasikan sistem pembangkitan motif simetris dengan pendekatan matematis berbasis grup Frieze dan prinsip-prinsip yang terdapat pada kristalografi. Dengan memanfaatkan sifat-sifat simetri yang terdapat di kedua teori tersebut, aplikasi web interaktif yang dapat dikembangkan mampu menghasilkan pola visual yang estetik, terstruktur, dan matematis konsisten. Sistem ini bukan hanya memberikan sarana eksplorasi kreatif dalam desain motif, melainkan juga menjadi media pembelajaran interaktif yang efektif untuk memahami konsep simetri dalam matematika dan sains. Hasil implementasi menunjukkan berupa pendekatan ini efisien dan fleksibel untuk berbagai kebutuhan, baik dalam bidang pendidikan, seni, maupun pengembangan desain digital. Maka sistem ini dapat diperluas dengan integrasi teknologi grafis lanjutan atau kecerdasan buatan untuk meningkatkan variasi dan kompleks motif yang dihasilkan.

DAFTAR PUSTAKA

- Kotoky, S. (2024). Symmetry in the field of mathematics and its application in various fields. *international Education and Research Journal (IERJ)*, (Vol. 10)
- Pratama, E. B., & Meilinda, E. (2018). Penerapan Metode SDLC Dengan Model Waterfall Dalam Pembuatan Aplikasi Promosi Produk Makanan Berbasis Website. *Jurnal Teknologi Informasi MURA*, 10(1), 39-46.
- Panjaitan, M. C., Kartika, D., Suwanto, F. R., & Niska, D. Y. (2022, February). Kajian etnomatematika motif songket Melayu Deli berdasarkan pola frieze dan pola kristalografi. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 5, pp. 675-684).

- Fran, F., Ramadhani, E. W., & Helmi, H. (2017). Identifikasi Pola Simetri Menggunakan Teori Grup. In PROCEEDINGS OF NATIONAL COLLOQUIUM RESEARCH AND COMMUNITY SERVICE (Vol. 1).
- Sinaga, M., & Kartika, D. (2023). PEMBANGKITAN ORNAMEN (GORGA) BATAK SIMALUNGUN MENGGUNAKAN GRAPHICAL USER INTERFACE MATLAB DENGAN MEMANFAATKAN GRUP FRIEZE DAN GRUP KRISTALOGRAFI.
- Silalahi, R., Kartika, D., Suwanto, F. R., & Niska, D. Y. (2022, February). Pola frieze dalam kain batik Sumatera Utara. In PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika (Vol. 5, pp. 667-674).
- Putranto, S., Ratnasari, G. I., & Purnama, P. W. (2023). Eksplorasi Motif Geblek Renteng: Aplikasi Grup Kristalografi dengan Graphical User Interface (GUI). *Quadratic: Journal of Innovation and Technology in Mathematics and Mathematics Education*, 3(02), 45-53.