

TINGKAT KETEPATAN HASIL PERHITUNGAN INTEGRASI NUMERIK PROGRAM C++ DALAM MENGHITUNG VOLUME BENDA PUTAR

Adin Nadiya Ifati¹, Sunii Maulida², Mutiara Dewi Anjani³

adin@itbmp.ac.id¹, suniimaulida2007@gmail.com², mutiaradewi8092@gmail.com³

Institut Teknologi Dan Bisnis Muhammadiyah Purbalingga

ABSTRAK

Integral merupakan salah satu konsep dalam matematika yang sangat penting. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan metode integral dan program C++ dalam menghitung volume benda putar. Penelitian ini merupakan studi kasus, suatu fenomena yang terjadi pada pembelajaran integral tentu dan program C++ dengan pusat perhatian terhadap penyelesaian soal-soal integral tentu, yaitu dengan fungsi $f(x) = x^2 + 2$ dengan interval $[0,3]$. Penelitian ini dilakukan untuk menyelidiki atau membandingkan hasil yang diperoleh dengan metode analitik dan metode numerik menggunakan program C++. Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis kritis, yaitu dengan menganalisis penyelesaian menggunakan metode analitik dan metode numerik pada program C++. **Kata Kunci:** Integral, Volume Benda Putar, Program C++.

PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi informasi telah membawa perubahan besar dalam berbagai bidang ilmu, termasuk matematika. Saat ini, penyelesaian permasalahan matematika tidak hanya dilakukan secara manual, tetapi juga dapat dibantu dengan pemrograman komputer. Salah satu bahasa pemrograman yang banyak digunakan untuk menyelesaikan perhitungan matematika adalah C++. Dalam matematika, integral merupakan salah satu cabang kalkulus yang digunakan untuk menghitung luas daerah di bawah kurva, volume benda putar, panjang kurva, serta berbagai permasalahan lainnya. Perhitungan integral dapat dilakukan secara analitis menggunakan rumus-rumus kalkulus. Namun, untuk fungsi yang rumit atau ketika ingin memperoleh hasil dengan cepat, penggunaan program komputer menjadi alternatif yang efektif.

Bahasa pemrograman C++ memiliki kemampuan melakukan operasi matematika secara cepat dan akurat melalui algoritma yang telah dirancang. Dengan memanfaatkan C++, proses perhitungan integral dapat dilakukan secara otomatis sehingga mengurangi kesalahan perhitungan manual dan mempercepat penyelesaian suatu masalah. Oleh karena itu, pembahasan mengenai hubungan antara metode integral secara matematis dan implementasinya menggunakan program C++ menjadi penting untuk dipelajari. Melalui perbandingan kedua metode tersebut, dapat diketahui bahwa keduanya menghasilkan nilai yang sama apabila algoritma yang digunakan benar, namun memiliki kelebihan dan kekurangan masing-masing dalam proses penyelesaiannya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Integral Untuk Menghitung Volume Benda Putar (Metode Cakram)

Integral adalah salah satu konsep dasar dalam matematika yang memiliki banyak aplikasi dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan, terutama dalam fisika dan teknik. Integral berperan penting dalam menghitung luas, volume, panjang lintasan, serta digunakan dalam analisis data dan pemodelan matematis.

Integral merupakan salah satu cabang dari ilmu kalkulus yang digunakan untuk mengukur jumlah atau akumulasi dari sesuatu dalam sebuah domain tertentu. Integral juga bisa dianggap sebagai "kebalikan" dari operasi diferensial sehingga disebut juga "anti turunan". Secara sederhana, penjumlahan kontinu yang terdiri dari anti turunan disebut dengan "integral". Secara umum, integral dalam kalkulus terbagi menjadi dua jenis utama:

Integral Tak Tentu (tidak memiliki batas) dan Integral Tentu (memiliki batas atas dan bawah). Integral tentu adalah bentuk integral kalkulus yang memiliki batas atas dan batas bawah, sehingga menghasilkan nilai numerik pasti (bukan fungsi baru). Digunakan untuk menghitung luas di bawah kurva, integral tentu diselesaikan dengan mencari fungsi antiturunan lalu mengevaluasinya pada interval yang ditentukan.

Benda putar merupakan bentuk tiga dimensi yang terbentuk dari perputaran suatu kurva datar mengelilingi sumbu tertentu. Dalam bidang kalkulus, volume dari benda seperti ini dapat dihitung menggunakan integral. Jika suatu fungsi dinyatakan sebagai $y = f(x)$ dan diputar terhadap sumbu $-x$, maka volume V dapat dihitung dengan rumus :

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

Keterangan :

a = Batas bawah

b = Batas atas

$f(x)$ = Fungsi yang di integralkan (Integran)

Program C++ untuk menghitung volume benda putar

C++ adalah bahasa pemrograman komputer serbaguna yang merupakan pengembangan dari bahasa C. Bahasa ini sangat populer untuk membangun aplikasi berskala besar, sistem operasi, dan perangkat lunak yang membutuhkan performa sangat cepat, seperti aplikasi grafis, sistem perbankan, dan pengembangan game. Bahasa pemrograman ini mendukung konsep Pemrograman Berorientasi Objek (OOP), yang memungkinkan pengembang untuk membuat kode yang terstruktur, modular, dan dapat digunakan kembali. Karena C++ termasuk dalam compiled language (bahasa yang dikompilasi langsung ke kode mesin), program yang ditulis dengannya cenderung berjalan jauh lebih cepat dibandingkan dengan bahasa berbasis interpretasi.

Program C++ untuk menghitung volume benda putar menerapkan konsep integral kalkulus (seperti metode cakram atau kulit tabung) menggunakan fungsi aproksimasi numerik (misal: metode Riemann atau trapesium). Program ini memanfaatkan tipe data pecahan seperti float atau double untuk mengakomodasi nilai perhitungan yang presisi. Untuk menghitung volume benda putar menggunakan metode numerik seperti Aturan Trapesium, kita menyelesaikan integral tentu dari fungsi luas penampang $A(x)$. Untuk menghitung volume benda putar dari batas a sampai b , dengan partisi sebanyak n dan lebar selang h :

$$\text{Lebar selang: } h = \frac{b-a}{n}$$

Rumus aturan trapesium :

$$\text{Volume} \approx \frac{h}{2} \times [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})]$$

Dimana y adalah fungsi dari benda putar yang diintegrasikan. Misalnya, jika menggunakan metode cakram untuk memutar kurva $y = f(x)$ mengelilingi sumbu $-x$, maka fungsi yang diintegrasikan menjadi $F(x) = \pi \times [f(x)]^2$.

Contoh Soal Program C++ (Aproksimasi Numerik Metode Rieman) :

Berikut adalah contoh kode C++ untuk menghitung volume benda putar dari fungsi $f(x) = x^2$ dari batas bawah $a = 0$ hingga batas atas $b = 2$, dengan jumlah partisi $n = 4$.

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <iomanip>
```

```

using namespace std;

// Fungsi yang akan diintegalkan:  $f(x) = x^2$ 
double f(double x) {
    return pow(x, 2.0);
}

// Fungsi untuk menghitung integral Riemann
double riemannKiri(double a, double b, int n) {
    double lebar_partisi = (b - a) / n;
    double luas_total = 0.0;

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        double x_i = a + (i * lebar_partisi); // Titik sampel kiri
        luas_total += f(x_i) * lebar_partisi;
    }

    return luas_total;
}

int main() {
    double a = 0.0; // Batas bawah
    double b = 2.0; // Batas atas
    int n = 4;      // Jumlah partisi

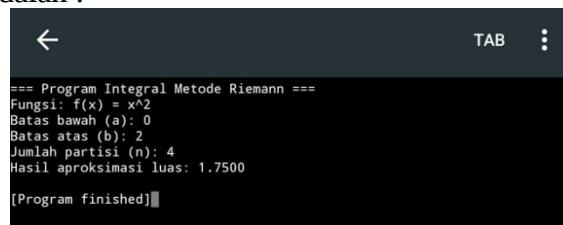
    double hasil_aproksimasi = riemannKiri(a, b, n);

    cout << "=== Program Integral Metode Riemann ===" << endl;
    cout << "Fungsi:  $f(x) = x^2$ " << endl;
    cout << "Batas bawah (a): " << a << endl;
    cout << "Batas atas (b): " << b << endl;
    cout << "Jumlah partisi (n): " << n << endl;
    cout << fixed << setprecision(4);
    cout << "Hasil aproksimasi luas: " << hasil_aproksimasi << endl;

    return 0;
}

```

Hasil yang diperoleh adalah :



```

← TAB ⋮
=== Program Integral Metode Riemann ===
Fungsi:  $f(x) = x^2$ 
Batas bawah (a): 0
Batas atas (b): 2
Jumlah partisi (n): 4
Hasil aproksimasi luas: 1.7500
[Program finished]

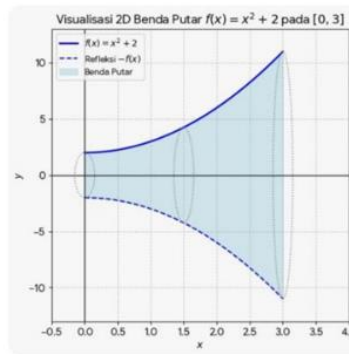
```

Perbandingan hasil volume benda putar menggunakan rumus integral dan program C++

Kasus :

Hitunglah volume benda putar dari $f(x)=x^2+2$ dengan interval $[0,3]$ menggunakan rumus dan program C++, kemudian bandingkan hasilnya

Jawaban :



Menggunakan rumus

Volume benda putar

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^3 [x^2 + 2]^2 dx$$

$$= \pi \int_0^3 x^4 + 4x^2 + 4 dx$$

$$= \pi \left[\frac{x^5}{5} + \frac{4x^3}{3} + 4x \right]_0^3$$

$$= \pi \left[\left(\frac{3^5}{5} + \frac{4(3)^3}{3} + 4 \cdot 3 \right) - \left(\frac{0^5}{5} + \frac{4(0)^3}{3} + 4 \cdot 0 \right) \right]$$

$$= \pi \left[\left(\frac{243}{5} + \frac{108}{3} + 12 \right) - 0 \right]$$

$$= \pi \left[\frac{729}{15} + \frac{540}{15} + \frac{180}{15} \right]$$

$$= \pi \left[\frac{1449}{15} \right]$$

$$= \pi \cdot 96,6$$

$$= 303,324 \text{ satuan volume}$$

Menggunakan program C++

Pertama, instal aplikasi Cxx. Kemudian buka aplikasi tersebut dan masukkan program C++ ini.

```
1 #include <iostream>
2 #include <cmath>
3 #include <iomanip>
4
5 using namespace std;
6
7 // Fungsi untuk menghitung nilai fungsi awal: f(x) =
8 // x^2 + 2
9 double f(double x) {
10     return (x * x) + 2.0;
11 }
12
13 // Fungsi kuadrat dari fungsi awal yang akan
14 // diintegralkan: (f(x))^2
15 double f_kuadrat(double x) {
16     return pow(f(x), 2.0);
17 }
18
19 //
20 // =====
21 // APROKSIMASI NUMERIK: Aturan Trapezium
22 //
23 // =====
```

```
20 double hitungVolumeNumerikTrapezium(double a,
21 double b, int n) {
22     double lebar_pias = (b - a) / n;
23     double total_integral = f_kuadrat(a) +
24     f_kuadrat(b);
25
26     for (int i = 1; i < n; i++) {
27         double x_i = a + (i * lebar_pias);
28         total_integral += 2.0 * f_kuadrat(x_i);
29     }
30
31     // Volume = π * ∫ (f(x))^2 dx
32     return M_PI * (total_integral * lebar_pias / 2.0);
33 }
34
35 int main() {
36     double batasBawah, batasAtas;
37
38     cout << "=== Program Volume Benda Putar ==="
39     << endl;
40     cout << "Kurva: y = x^2 + 2" << endl;
```

```

38
39 // Meminta input batas dari pengguna
40 cout << "Masukkan batas bawah (a): ";
41 cin >> batasBawah;
42 cout << "Masukkan batas atas (b): ";
43 cin >> batasAtas;
44
45 if (batasBawah > batasAtas) {
46     cout << "Error: Batas bawah harus lebih kecil
atau sama dengan batas atas." << endl;
47     return 1;
48 }
49
50 // Meminta jumlah pias/subinterval untuk
aproksimasi numerik
51 int n;
52 cout << "Masukkan jumlah pias (n) untuk
aproksimasi numerik: ";
53 cin >> n;
54
55 if (n <= 0) {
56     cout << "Error: Jumlah pias harus lebih dari 0."
<< endl;
57     return 1;
58 }
59
60 // Menghitung volume
61 double volumeNumerik =
hitungVolumeNumerikTrapesium(batasBawah,
batasAtas, n);
62
63 // Menampilkan hasil dengan 4 angka desimal
64 cout << fixed << setprecision(4);
65 cout << "\n--- HASIL PERHITUNGAN ---" << endl;
66 cout << "Volume Numerik : " << volumeNumerik
<< " satuan volume." << endl;
67
68 return 0;
69 }

```

Hasil yang di dapat dengan jumlah pias (n) 500 adalah :

```

== Program Volume Benda Putar ==
Kurva: y = x^2 + 2
Masukkan batas bawah (a): 0
Masukkan batas atas (b): 3
Masukkan jumlah pias (n) untuk aproksimasi numerik: 500

--- HASIL PERHITUNGAN ---
Volume Numerik : 303.4791 satuan volume.

[Program finished]

```

Perbandingan hasil yang diperoleh menggunakan rumus dan program C++ adalah :

Dari hasil yang di dapat baik menggunakan rumus dan program C++ tidak berbeda jauh, dari perhitungan di atas program C++ mendapatkan hasil yang lebih besar daripada menggunakan rumus.

Hasil Perhitungan	Rumus	Program C++
Volume Benda Putar	303,324 satuan volume	303,4791 satuan volume

KESIMPULAN

Dari data di atas dapat kita ketahui bahwa menghitung volume benda putar menggunakan program C++ yaitu aproksimasi metode numerik cakram memperoleh hasil 303,4791 satuan volume dengan jumlah pias yang digunakan adalah 500. Sedangkan hasil yang diperoleh menggunakan perhitungan analitik adalah 303,324 satuan volume. Hasil dari program C++ adalah aproksimasi atau pendekatan. Hasil program C++ akan semakin mendekati hasil analitik jika jumlah pias yang digunakan semakin besar. Jika kita mencoba memasukkan jumlah pias (n) yang semakin besar (misal : 700, 1000) pada program C++, kita akan melihat bahwa angka hasil volume akan berhenti berubah pada digit desimal tertentu dan nilainya akan sama persis dengan hasil perhitungan menggunakan analitik.

DAFTAR PUSTAKA

Adriyansyah, R., dan Hadi, M. S. (2022). Penentuan volume kerucut elips menggunakan Monte Carlo dengan bantuan Python. *_Jurnal Pembelajaran dan Matematika Sigma_* (JPMS), 8(1).
Al Amini, A., dkk. (2025). Aplikasi Integral dalam Menghitung Volume dan Panjang Busur pada

- Design Cone Es Krim Berbentuk Kelopak Bunan. *Algoritma: Jurnal Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, Kebumian dan Angkasa*, 3(3), 25-35.
- Chapra, S. C., dan Canale, R. P. (2015). *Numerical Methods for Engineers* (Edisi ke-7). McGraw-Hill Education.
- Kadir, A. (2018). *Dasar Pemrograman C++*. Andi Offset.
- Kurniasi, E. R., dan Vebrian, R. (2019). Pengembangan Pembelajaran Drill and Practice Berbantuan Video Mata Kuliah Kalkulus Integral. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 8(3), 448–456.
- Lendrik, K. Y., dkk. (2019). Tingkat Ketepatan Hasil Perhitungan Integrasi Numerik Menggunakan Bahasa Pemrograman C# Pada Metode Reimann dan Trapezium. *Infotek: Jurnal Informatika dan Teknologi*, 2(1), 8-17.
- Lutfi, M. (2016). Pembelajaran konsep penyelesaian integral tentu. *Jurnal Kreatif Tadulako*, 18(3), 123859.
- Munir, R. (2018). *Algoritma dan Pemrograman dalam Bahasa C*. Informatika Bandung.
- Stewart, J. (2015). *Calculus: Early Transcendentals* (Edisi ke-8). Cengage Learning.
- Stroustrup, B. (2013). *The C++ Programming Language* (Edisi ke-4). Addison-Wesley.
- Suryadi, D. (2019). *Kalkulus Integral*. Graha Ilmu.